COMPTE RENDU
DES SÉANCES
DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 MARS 1855.

PRÉSIDENCE DE M. REGNAULT.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Flourens**, au nom de la famille de *M. Duvernoy*, annonce à l'Académie la perte qu'elle vient de faire dans la personne de ce savant naturaliste.

M. **Duvernoy** est mort jeudi, 1[er] mars, à 5 heures du matin.

M. **Élie de Beaumont** annonce, d'après une Lettre circulaire adressée par la Société royale des Sciences de Göttingue, une autre perte que vient de faire l'Académie dans la personne d'un de ses Associés étrangers, l'illustre *Gauss*, décédé le 23 février 1855.

« *Charles-Frédéric Gauss* vient de terminer, le 23 février 1855, à une heure du matin, sa glorieuse carrière terrestre, après de longues souffrances et lorsqu'il était près d'atteindre sa soixante-dix-huitième année. La Société royale des Sciences de Göttingue, qui, depuis 1802, était fière de le compter au nombre des siens, et qui perd en lui le plus ancien comme le plus illustre de ses membres ordinaires, et son président pour l'année courante, se trouve, par cette grande et irréparable perte, plongée dans le deuil le plus profond. La réputation européenne dont jouissait Gauss, l'admiration dont il était l'objet comme mathématicien, comme astronome et comme physicien, sont pour la Société un sûr garant de la part qui sera prise universellement à sa juste douleur. C'est en son nom que j'ai l'honneur de vous faire part de cette triste nouvelle en vous priant d'agréer l'assurance de mon dévouement.

» Hausmann, secrétaire de la Société. »

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le degré de confiance que l'on doit accorder aux Tables de réfraction actuelles. Examen de la théorie de Bessel; par* **M. Biot.** (Suite et conclusion.)

« Dans ma communication précédente, je me suis arrêté à un point de la théorie de Bessel, qui m'a paru avoir besoin d'éclaircissement, je dirais presque de justification. Je m'étais borné à signaler la difficulté qu'il présente : je vais aujourd'hui l'aborder de plus près, en spécifier le caractère, et montrer comment on la peut résoudre.

» Laplace avait, après Kramp, établi le calcul général de la réfraction dans une atmosphère sphérique, en équilibre et de température uniforme. Il commence par prouver qu'alors, la densité à toute hauteur $r - a$, a pour expression :

$$(1) \qquad y = e^{-\frac{a}{l}s},$$

s étant une variable assujettie à la relation

$$\frac{a}{r} = 1 - s,$$

de sorte, qu'étant d'abord o, dans la couche inférieure où $r = a$, elle peut s'accroître jusqu'à $+ 1$, si l'atmosphère a une étendue illimitée, ce qui est le cas extrême que l'hypothèse comporte, et auquel les expressions intégrales des réfractions obtenues par Kramp et Laplace, s'appliquent spécialement.

» Bessel ne définit point la constitution statique de l'atmosphère qu'il se propose de considérer. Il se borne à y supposer hypothétiquement :

$$(2) \qquad y = e^{-\frac{ia}{l}s},$$

i étant un coefficient positif, très-peu inférieur à $+ 1$, qu'il fait généralement égal à $1 - \frac{l}{g}$, expression dans laquelle g désigne une constante très-grande comparativement à l.

» Cette nouvelle forme de y est empruntée à Kramp, auquel Bessel oublie de l'attribuer (*). Elle ne diffère de celle de Laplace qu'en ce que le coeffi-

---

(*) Kramp, *Analyse des réfractions astronomiques et terrestres*, page 24 et 121. Dans la relation de Kramp, la constante l de Laplace et de Bessel est désignée par la lettre h, et le rayon central par y. Pour les applications à de petites hauteurs, il néglige le décroissement de la gravité; mais, quand il y a égard, il remplace comme nous la hauteur $y - a$ ou $r - a$ par $a\left(\frac{y-a}{y}\right)$ dans l'exposant de la base logarithmique e (*voyez* page 35 de son ouvrage).

cient $\frac{a}{l}$ est devenu $\frac{ia}{l}$. S'autorisant de cette analogie, Bessel admet, sans autre explication, que l'expression analytique de la réfraction à toute distance du zénith, donnée par Kramp et Laplace pour la forme (1), devra s'appliquer également à la forme (2), en remplaçant le rapport $\frac{a}{l}$ par $\frac{ia}{l}$, dans tous les termes qui la composent (*). La Table des réfractions des *Fundamenta*, reproduite dans les *Tabulæ Regiomontanæ*, est numériquement calculée, sur la formule ainsi étendue.

» Toutefois, cette extension immédiate ne serait pas analytiquement légitime. Les atmosphères qui se déduisent de la forme (1), tout en satisfaisant à la condition de l'équilibre, peuvent avoir une étendue quelconque, même illimitée. Les formules de Kramp et de Laplace sont établies pour ce cas extrême; et, en conséquence, les intégrales relatives à la variable s, y ont été prises depuis $s = 0$, jusqu'à $s = +1$. Mais les atmosphères qui se déduisent de la forme (2), assujettie de même à la condition d'équilibre, ont toutes des étendues bornées, telles que les plus grandes valeurs de la variable s, ne s'élèvent pas jusqu'à 0,006 dans les applications qu'on en peut faire. Les intégrales relatives à la variable s, doivent donc y être effectuées depuis 0, jusqu'à la limite restreinte de s qui est propre à chacune d'elles, et non pas entre les limites infiniment plus étendues 0 et $+1$. Cependant, un calcul direct nous a fait reconnaître que les réfractions déduites par Bessel de ces intégrales ainsi prolongées, ne présentent pas d'erreurs numériques, sensibles. C'est là le paradoxe qu'il faut dénouer.

» Pour cela il est nécessaire de rappeler ici une hypothèse physique très-simple, très-ingénieuse, que Bessel emprunte textuellement à Kramp sans le citer, en la présentant même, par oubli, comme sienne (**). Kramp l'avait énoncée, et traduite aussi en langage analytique, dans son remarquable ouvrage sur les réfractions atmosphériques, où la théorie de ces phénomènes a été envisagée pour la première fois dans son ensemble, ouvrage qui a paru en 1798, sept années avant la publication du travail de Laplace, trente-deux ans avant celui de Bessel sur le même sujet, et qui renferme toutes les intégrales générales, qu'on y a, depuis, appliquées.

(*) *Fundamenta*, page 28.

(**) Comparez Bessel, *Fundamenta*, page 27, et Kramp, pages 23, 24. Le principe et son énoncé algébrique sont identiques. Il n'y a de différence que dans la valeur attribuée à la constante g. Kramp a bien vu qu'elle devait être beaucoup plus grande que la constante l. Mais n'ayant pour la déterminer que des données très-vagues, il l'estime beaucoup moindre que Bessel, la faisant de 27000 à 30000 toises; au lieu de 116866, qui est le nombre des *Fundamenta*.

» Kramp appelle *élasticité spécifique* d'un gaz, le rapport de la pression qu'il supporte, à la densité sous laquelle son élasticité propre, le rend actuellement capable de la soutenir. Prenant donc pour unité de pression, et pour unité de densité, les valeurs simultanées de ces deux éléments, dans la couche inférieure d'une atmosphère en état d'équilibre, ce rapport, à toute hauteur, sera exprimé généralement par $\frac{x}{y}$, suivant la notation que j'ai adoptée. Des considérations physiques, portent ensuite Kramp a admettre qu'il doit décroître en progression géométrique pour des accroissements égaux de hauteur. Pour traduire cette loi en analyse, prenons une variable s, qui dépende des distances au centre a et r, par la relation algébrique :

$$\frac{a}{r} = 1 - s;$$

le produit as, représentera très-approximativement la hauteur d'une couche quelconque. Alors, en désignant par g, une constante, que nous laisserons d'abord arbitraire, et prenant pour raison de la progression géométrique la base e des logarithmes hyperboliques élevée à la puissance $\frac{1}{g}$, ce qui simplifiera les calculs, on aura généralement dans toute atmosphère en équilibre, ainsi constituée :

$$[1] \qquad \frac{x}{y} = e^{-\frac{as}{g}}.$$

Et ces atmosphères ne différeront entre elles que par la valeur que l'on voudra attribuer à la constante g, qui représente ici un certain nombre d'unités linéaires, de même nature que celles dans lesquelles le rayon a est exprimé.

» La relation [1] est précisément celle sur laquelle Bessel se fonde, et qu'il emprunte textuellement à Kramp, sans le citer. Je n'ai fait qu'y désigner la constante par la même lettre g dont il fait usage, pour rendre l'identité plus évidente.

» La relation hypothétique [1] étant combinée avec l'équation de dilatabilité :

$$[2] \qquad \frac{1 + \varepsilon t}{1 + \varepsilon t_1} = \frac{x}{y},$$

et avec l'équation de l'équilibre :

$$[3] \qquad ldx = -ayds,$$

détermine complétement la constitution de l'atmosphère résultante. Cette

relation différentiée, donne d'abord :

$$dx = e^{-\frac{a}{g}s}\left(dy - \frac{a}{g}y\,ds\right),$$

et l'équation [3], particularisée pour cette valeur de dx, devient

$$\frac{dy}{y} = \left(\frac{a}{g} - \frac{a}{l}e^{+\frac{a}{g}s}\right)ds.$$

Sous cette forme elle est immédiatement intégrable, et en déterminant la constante arbitraire par la condition que y soit égal à $+1$ quand s est nul, on en tire

$$[4] \qquad y = e^{-\frac{g}{l}\left(e^{\frac{a}{g}s} - 1\right) + \frac{a}{g}s}.$$

» Bessel rapporte cette expression de la densité comme étant la conséquence de la relation [1], ce qui montre qu'il a dû également l'en dériver par l'équation de l'équilibre, en prenant la variable s dans la même acception que nous lui avons attribuée. Mais, en introduisant y comme une fonction de s aussi complexe, dans l'équation différentielle générale de la réfraction établie par Laplace au livre X de la *Mécanique céleste*, § 6, les intégrations seraient inexécutables. Pour les faciliter Bessel simplifie l'expression de y. Il développe, suivant les puissances ascendantes de s, l'exponentielle qui s'y trouve en exposant, et s'arrêtant à la première de ces puissances, il obtient

$$(1) \qquad y = e^{-\left(1 - \frac{l}{g}\right)\frac{as}{l}},$$

ou, en faisant

$$i = 1 - \frac{l}{g}, \qquad y = e^{-i\frac{as}{l}}.$$

» Au point de vue purement analytique, cette déduction serait incorrecte. Le développement de $e^{\frac{a}{g}s}$ n'est légitime, du moins ne peut être restreint à ses deux premiers termes, que si le produit $\frac{a}{g}s$ est une très-petite fraction de l'unité. Or, d'après la valeur que Bessel attribue ultérieurement à la constante g, le rapport $\frac{a}{g}$ est presque égal à 28. Cela exigerait donc que la variable s restât toujours individuellement très-petite dans les applications; ce qui est loin d'avoir lieu, puisque Bessel y étend ses variations jusqu'à leur

limite extrême $+1$. Il se justifie toutefois, en alléguant que l'expression simplifiée (1) peut être admise à priori comme hypothétique, tout aussi valablement que la relation complète [4], qui ne l'est pas moins. A ce titre on ne peut la lui contester; mais alors, pour se réserver le droit de l'employer comme élément d'intégrales prises depuis $s=0$ jusqu'à $s=1$, il faut expressément spécifier, ainsi que l'a fait Kramp, que l'on se propose toujours de calculer les réfractions dans l'atmosphère rigoureuse, définie par l'équation [4], laquelle admet une étendue illimitée; et que l'expression simplifiée (1) sert seulement à titre d'évaluation approximative de ses densités à toute hauteur. Car, supposé que cette évaluation ne se trouve pas trop inexacte en pratique, on obtiendra les réfractions qui y correspondent, dans l'atmosphère définie par l'équation [4], en remplaçant le rapport $\frac{a}{l}$ par $i\frac{a}{l}$, dans les intégrales analytiquement établies pour le cas d'une atmosphère de température uniforme; et il ne restera plus qu'à voir si les valeurs numériques des réfractions ainsi obtenues s'accordent suffisamment avec l'observation quand on aura déterminé convenablement la constante g. Voilà ce que Kramp a dit à la page 121 de son ouvrage, et Bessel n'a fait que suivre, en cela, ses prescriptions, sans les rappeler. Seulement il a jugé nécessaire de justifier la substitution de la forme abrégée (1), à la forme complète [4], dans les éléments des intégrales, en montrant que ces deux expressions assignent à la densité des valeurs à peine différentes quand on les calcule pour des valeurs égales des hauteurs as. Voici le tableau de cette comparaison, auquel j'ai ajouté deux termes intermédiaires qui nous serviront plus tard. Les hauteurs as y sont exprimées en toises de Paris.

as	$e^{-\frac{g}{l}\left(e^{\frac{as}{g}}-1\right)+\frac{as}{g}}$.	$e^{-\left(1-\frac{l}{g}\right)\frac{as}{l}}$.	OBSERVATIONS.
0	1,00000	1,0000	
625	0,8668	0,8671	
1250	0,7508	0,7519	
2500	0,5618	0,5653	
3039,17	0,4953	0,5000	
5000	0,3116	0,3196	
10000	0,0921	0,1021	
14455,83	0,028914	0,03616...	Limite de l'atmosphère qui serait construite avec la valeur abrégée de γ.
20000	0,0068	0,0104	
40000	0,000018	0,0001	

» On voit que l'expression abrégée de Bessel donne toujours des densités peu différentes de l'expression complète, mais constamment un peu plus fortes. Leur substitution dans les formules d'intégration devra donc donner des réfractions un peu plus grandes qu'elles ne résulteraient de l'hypothèse de Kramp, si elle était soumise à un calcul rigoureux. Mais ce travail serait fort inutile : car le décroissement des températures, dans l'atmosphère de Kramp, ne s'accorde nullement avec l'observation.

» La loi de ce décroissement est immédiatement déterminée par l'équation de dilatabilité

$$\frac{1+\varepsilon t}{1+\varepsilon t_1} = \frac{x}{y}.$$

En effet, le rapport $\frac{x}{y}$ étant, par l'hypothèse $e^{-\frac{as}{g}}$, on en tire :

$$t - t_1 = -\left(1 - e^{-\frac{as}{g}}\right)\left(\frac{1+\varepsilon t_1}{\varepsilon}\right).$$

» Le terme exponentiel se trouvant toujours moindre que 1, pour toutes les valeurs de as, la température ira en s'abaissant à mesure que la hauteur augmentera. En cela, l'hypothèse est conforme aux phénomènes.

» La vitesse locale de ce décroissement à diverses hauteurs, pour 1 degré centésimal, est généralement

$$\delta r = -\frac{1}{\left(\frac{dt}{dr}\right)}:$$

or l'expression précédente de $t - t_1$ étant différentiée, donne

$$\frac{dt}{ds} = -\frac{as}{g}\left(\frac{1+\varepsilon t_1}{\varepsilon}\right)e^{-\frac{as}{g}} = -\frac{a}{g\varepsilon}(1+t);$$

on a en outre :

$$\frac{dt}{dr} = \frac{dt}{ds}\frac{ds}{dr} = \frac{a}{r^2}\frac{dt}{ds};$$

de là, on déduit $\frac{dt}{dr}$; et ensuite, par inverse :

$$\delta r = \frac{g\varepsilon\left(\frac{r^2}{a^2}\right)}{1+\varepsilon t}.$$

Dans la couche inférieure $\frac{r}{a}$ est 1 et $t = t_1$, le décroissement initial est donc

$$(\delta r)_1 = \frac{g\varepsilon}{1+\varepsilon t_1} = \frac{854^{m},16}{1+\varepsilon t_1}.$$

» Il est donc le même que dans l'atmosphère limitée de Bessel, et se trouve de même beaucoup trop lent. Mais, dans celle-ci, sa vitesse ultérieure allait toujours en s'accélérant, conformément à ce qu'on observe dans l'atmosphère véritable, quand on s'élève au-dessus de ses couches les plus troublées ; au lieu que, dans l'atmosphère de Kramp, l'expression précédente de δr montre que sa vitesse se ralentit continuellement à mesure que la hauteur augmente, ce qui est contraire aux faits. Toutes ces incompatibilités deviennent manifestes dans le tableau suivant qui est calculé pour la température normale de Bessel, $t_1 = 9°,3056$.

Tableau du décroissement absolu et local des températures, à diverses hauteurs, dans l'atmosphère de Kramp.

as	y	$t - t_1$	δr
0^m	1	$0°$	$825^m,35$
5923,36	0,49530	— 7,084	862,30
28370	0,02891	— 32,319	1028,06

» Il résulte de la discussion précédente que, ni l'hypothèse physique de Kramp, ni l'expression abrégée de la densité que Bessel en a déduite, ne représentent, même approximativement, la constitution réelle de l'atmosphère terrestre, voulût-on se borner à la considérer dans son état moyen. Les Tables de réfraction calculées d'après ces hypothèses, ne peuvent donc être qu'empiriques, et Bessel n'a pas envisagé autrement la sienne. Il a seulement voulu qu'elle fournît les valeurs, aussi approchées que possible, des réfractions qui s'opèrent régulièrement à toute distance du zénith, dans chaque état météorologique de la couche inférieure, sauf à n'en attendre que des indications moyennes, mais toutefois les plus probables, pour celles auxquelles le voisinage immédiat de l'horizon imprime des irrégularités accidentelles que l'on ne saurait prévoir. Il reste à examiner comment ce but a pu être atteint.

» Oublions l'hypothèse d'où Bessel est parti. Prenons seulement la formule analytique qu'il en a dérivée, et qu'il adopte comme l'expression générale des réfractions à toute distance du zénith, dans chaque état donné de la couche d'air inférieure. Cette formule contient trois constantes l, α, g, qui, une fois assignées en nombres, déterminent la valeur absolue de la réfraction

pour chaque distance zénithale apparente θ_1. La constante g est entièrement arbitraire; mais les deux premières, l, α, ne sont pas au service des hypothèses. Elles entrent dans l'expression différentielle même de la réfraction, à titre d'éléments physiques propres à la couche d'air inférieure où les trajectoires lumineuses viennent aboutir. L'une l dépend du poids spécifique de cet air, l'autre α du pouvoir réfringent qu'il exerce dans son état de densité actuel; de sorte que toutes deux doivent être prises et acceptées, telles que les expériences physiques et les épreuves astronomiques les donnent, pour ces conditions spéciales, sans qu'on ait le droit de les altérer. Bessel viole cette règle pour le besoin de son hypothèse. Car, ayant entrepris de reproduire toutes les réfractions, depuis l'horizon jusqu'au zénith, par la formule mathématique qu'il a fabriquée, il y traite, non-seulement la constante g, mais encore la constante α, comme si elles étaient toutes deux entièrement arbitraires. Il l'applique avec ces éléments indéterminés, à un grand nombre d'étoiles circompolaires, tant hautes que basses, observées dans leurs passages supérieurs et inférieurs; puis il tire de là les valeurs qu'il faut leur attribuer pour que toutes ces observations se trouvent représentées, en somme, avec le minimum possible d'erreur. Cela lui donne la constante α tant soit peu moindre qu'elle ne se conclut des expériences physiques, et des observations mêmes d'étoiles circompolaires, spécialement appropriées à sa détermination. Or cette différence, toute petite qu'elle est, a une conséquence grave, en théorie comme en pratique. Car, ainsi que Laplace l'a démontré, depuis le zénith jusque vers 80 degrés de distance zénithale, l'expression complète et générale de la réfraction se déduit directement de l'équation différentielle, sans avoir besoin de faire aucune hypothèse sur la constitution de l'atmosphère. Il ne faut pour cela que développer cette équation en une série, qui est rapidement convergente lorsque le rapport $\frac{l - \frac{1}{2}\alpha}{\cos^2 \theta_1}$ est une petite fraction de l'unité, auquel cas ses deux premiers termes donnent la réfraction correspondante à chaque distance zénithale apparente θ_1, sans erreur pratiquement appréciable, pourvu que l'on attribue aux constantes l et α, les valeurs exactes que les expériences physiques et les épreuves astronomiques leur assignent. Toute cette portion si étendue du phénomène, qui peut être calculée immédiatement sans incertitude, se trouve donc viciée dans son évaluation, quand on veut l'associer, dans une même hypothèse, avec la portion plus basse et plus difficilement appréciable, qui ne les embrasse toutes deux approximativement, qu'aux dépens de la rigueur dont une seule est susceptible. C'est là le défaut inévitablement attaché au procédé

empirique d'après lequel Bessel a construit sa Table générale de réfractions. Pour connaître les erreurs qu'elle comporte, dans les limites de distance zénithale où l'exactitude a été sacrifiée à la généralisation, je compare ces indications à celles que fournit le développement immédiat de l'équation différentielle, obtenue par Laplace, en attribuant aux constantes l et α leurs vraies valeurs. Tel est l'objet du tableau suivant, qui est calculé pour la pression $p_1 = 0^m,76$, en attribuant aux températures t_1 les valeurs successives, $-5°$, $0°$, $+10°$ du thermomètre centésimal. Les réfractions de Bessel sont prises des *Tabulæ Regiomontanæ*, où elles sont déduites de la même hypothèse, et présentées comme ses résultats définitifs (*).

DISTANCES ZÉNITALES APPARENTES.		45°	60°	75°	80°
$t_1 = -5°$	Laplace	61″,689	106″,620	227″,159	339″,154
	Bessel	61,467	106,228	226,220	337,625
	Bessel	− 0,222	− 0,392	− 0,939	− 1,529
$t_1 = 0°$	Laplace	60,501	104,561	222,710	332,344
	Bessel	60,296	104,200	221,830	330,944
	Bessel	− 0,205	− 0,361	− 0,880	− 1,400
$t_1 = +10°$	Laplace	58,251	100,659	214,282	320,454
	Bessel	58,079	100,358	213,560	318,320
	Bessel	− 0,172	− 0,301	− 0,742	− 1,134

» Dans toute cette amplitude de distances zénithales, où les réfractions peuvent être obtenues directement, sans incertitude, celles de Bessel se montrent relativement trop faibles, par suite de la valeur moindre que sa formule empirique lui a donnée pour la constante α, quand il a voulu lui faire embrasser la totalité de ces phénomènes depuis le zénith jusqu'à l'horizon. Maintenant de quel côté est l'erreur? La formule approximative de Laplace, dans les limites d'application qu'il lui assigne, est théoriquement

(*) Les réfractions données par la formule de Laplace sont tirées de la Table que publie la *Connaissance des Temps*, d'après les calculs exécutés par M. Caillet pour y introduire les véritables coefficients de l'air et du mercure. J'ai calculé les réfractions de Bessel d'après la transformation très-commode que M. Airy a faite de sa Table, dans l'Appendice au Recueil des observations de Greenwich pour 1836.

incontestable. Des deux constantes l et α qu'elle renferme, la première l s'obtient par des pesées comparatives de l'air et du mercure, auxquelles on ne peut, aujourd'hui, rien objecter. La seconde α lui avait été donnée par Delambre, qui l'avait conclue directement d'observations astronomiques. Sa valeur s'est trouvée identique à celle que nous avons obtenue, Arago et moi, par des expériences physiques sur le pouvoir réfringent de l'air, comprenant plus de 400 observations faites à des températures et sous des pressions très-variées; observations dans chacune desquelles la réfraction effectivement mesurée était toujours cinq ou six fois plus grande que la constante α qu'on en déduisait. Les indications d'une formule établie sur des principes aussi assurés, et ne contenant que des données immédiatement fournies par l'observation ou l'expérience, ne sauraient, ce me semble, être légitimement contre-balancées par celles que l'on tirerait d'une expression hypothétique, dont les données se déterminent par empirisme, en associant les phénomènes simples à ceux qui sont complexes, et les réguliers aux irréguliers. Nous pouvons donc, sauf plus ample examen, regarder au moins comme très-vraisemblable, que, dans les comparaisons précédentes, l'infériorité relative des réfractions fournies par la Table de Bessel, donne à la fois la preuve, et la mesure, des erreurs qu'elle comporte, dans les distances zénithales auxquelles nous l'avons appliquée.

» Ces erreurs, si j'ose les nommer ainsi, sont numériquement fort petites; et il n'en saurait être autrement. Car même à 80 degrés du zénith, toutes les atmosphères sphériques, en équilibre, composées du même gaz que la nôtre, donnent des réfractions qui ne peuvent pas s'écarter des véritables au delà de $2''\frac{1}{4}$. Les différences que nous trouvons ici tombent fort en deçà de cette limite. Mais, toutes petites qu'elles sont, elles auraient une grande importance, se produisant dans la portion du ciel, où les observations astronomiques sont les plus fréquentes, et les réfractions moins troublées par les accidents atmosphériques. Elles sont de l'ordre des quantités que les astronomes s'efforcent aujourd'hui d'atteindre et d'assujettir à des déterminations précises. Elles rendraient ces déterminations impossibles, en les compliquant, en les viciant, de leurs propres irrégularités. Si, comme il y a lieu de le croire, ce sont des erreurs, il n'est pas improbable que déjà, l'emploi trop confiant des réfractions de Bessel, a déjoué les espérances que des observateurs habiles avaient légitimement fondées sur de longs et pénibles travaux.

» D'après la série d'études que je viens de soumettre à l'Académie, la formule approximative de Laplace, applicable jusque vers 80 degrés de dis-

tance zénithale, est aujourd'hui la seule qui, dans cette amplitude restreinte, donne, pour tous les états météorologiques de la couche d'air inférieure, des valeurs de la réfraction que l'on puisse admettre, comme étant légitimement déduites de la théorie et justifiées par la pratique. A des distances zénithales plus grandes, la connaissance de cet état local ne suffit plus, pour prévoir les effets des influences lointaines que les trajectoires lumineuses subissent avant de parvenir à l'observateur; et la constitution réelle de l'atmosphère est encore trop ignorée, pour que l'on sache rattacher ces effets lointains, aux mutations survenues dans le lieu d'observation. On ne peut plus alors espérer que de constater les valeurs moyennes, autour desquelles les réfractions oscillent. Or, en s'aidant de la formule de Laplace, tout observateur peut, sans aucune intervention d'hypothèses, se procurer une Table complémentaire qui lui fera connaître très-assurément ces moyennes, ainsi que les amplitudes des excursions qui s'opèrent autour d'elles dans la localité où il est placé; et, s'il existe quelque relation simple, qui permette de prolonger les prévisions un peu au delà de la formule, avec assez de constance pour qu'on puisse s'en prévaloir, quoique la théorie ne l'ait pas encore mise en évidence, il la découvrira infailliblement.

» Une condition essentielle à la bonne exécution de ce programme, c'est de n'y faire servir que des étoiles, dont les distances polaires aient été déterminées par des observations de distances zénithales qui n'excèdent point, ou même n'atteignent pas 80 degrés, afin d'exclure complétement des résultats toute évaluation hypothétique de la réfraction. Ceci convenu, choisissons des observateurs laborieux et habiles. Établissons-les avec de bons instruments dans des stations assez isolées et élevées au-dessus du sol environnant, pour que la couche d'air située à leur niveau échappe aux perturbations immédiates qu'engendrent des dispositions moins favorables. Puis, supposons, qu'ainsi préparés, ils entreprennent de déterminer les réfractions moyennes qui se produisent autour d'eux dans un azimut défini, dans le méridien, par exemple, aux distances de leur zénith comprises entre 80 et 88 degrés, s'ils jugent inutile d'aller au delà.

» Considérons d'abord des stations qui seraient situées dans notre hémisphère boréal, sous des latitudes comprises entre 30 et 40 degrés. Les observateurs qu'on y aura placés pourront se suffire à eux-mêmes, ne leur accordât-on que des instruments portatifs.

» Prenons en effet, comme exemple, la latitude de 40 degrés. A cette limite, la distance du pôle au zénith est 50 degrés. Elle se trouve comprise dans la formule de Laplace. L'étoile qui passe au méridien, sous le pôle, à 88 degrés

de distance zénithale, a donc 38 degrés de distance polaire. Ainsi, quand elle revient dans ce même plan, au-dessus du pôle, elle se trouve à 12 degrés au nord du zénith; ce qui donne la possibilité d'observer encore ce second passage avec une suffisante exactitude, même au cercle répétiteur. L'observateur que nous considérons, en s'aidant de la formule de Laplace, et de ses propres observations d'étoiles circompolaires, pourra donc, sans autre secours, déterminer la vraie distance du pôle à son zénith, vérifier la constante α de cette formule, et obtenir les valeurs des réfractions que les étoiles observées auront subies dans leurs passages inférieurs, depuis 80 jusqu'à 88 degrés du zénith, en retranchant des distances zénithales apparentes qu'elles ont eues alors, leurs distances zénithales vraies, conclues des distances polaires qu'il aura mesurées dans les passages supérieurs. La même étude aussi complète, aussi indépendante, pourra s'effectuer par les mêmes procédés, sous toutes les latitudes plus méridionales, où les étoiles qui entourent le pôle ne descendront pas, dans leurs passages inférieurs, trop loin du zénith pour que la formule de Laplace puisse s'y appliquer. Mais, dans ce dernier cas, la distance vraie du pôle au zénith se conclurait de distances polaires mesurées sous des latitudes plus élevées, et le reste du travail s'achèverait immédiatement par l'observation.

» Transportons-nous maintenant sous un parallèle plus boréal; celui par exemple, dont la latitude est 50 degrés, ce qui réduit la distance du pôle au zénith à 40 degrés. Alors les étoiles qui feront leurs passages inférieurs entre 80 et 88 degrés de distance zénithale, auront leurs distances polaires comprises entre 40 et 48 degrés. Leurs passages supérieurs s'opéreront donc, depuis le zénith même, jusqu'à 8 degrés au sud de ce point; et l'on ne pourra plus les observer avec sûreté aussi proche de la verticale, au moyen des cercles répétiteurs portatifs. Mais, à défaut d'autre secours, on pourra emprunter leurs distances polaires déterminées sous des latitudes plus grandes ou moindres, à des distances zénithales auxquelles la formule de Laplace s'applique, ce qui donnera de même les réfractions qu'elles auront subies dans leurs passages inférieurs. Si l'observateur est pourvu d'instruments qui permettent d'observer aussi près du zénith, comme cela a lieu dans les grands observatoires fixes, on déduira ces mêmes réfractions des distances polaires déterminées immédiatement. Ces diverses opérations seront également réalisables sous toutes les latitudes plus élevées; et, en les assujettissant aux mêmes règles, elles feront connaître avec la même sûreté, sans aucune intervention d'hypothèses, les réfractions qui se seront opérées, au delà des limites de distances zénithales que la formule théorique de Laplace peut embrasser.

» A mesure que l'on obtiendra ces résultats, on les enregistrera dans une

Table, présentant en regard, pour chaque observation, les indications du baromètre, du thermomètre, de l'hygromètre, ainsi que la distance zénithale apparente, et la réfraction que l'on a conclue. L'ensemble de ces tableaux fera connaître, sans aucune hypothèse, les réfractions moyennes, qui s'opèrent au nord du zénith, dans la localité choisie, sous toutes les distances zénithales auxquelles les observations ont été appliquées; et si, par delà 80 degrés, il existe encore quelque relation approximativement constante entre les réfractions et les indications des instruments météorologiques, on aura toute chance de la découvrir. On obtiendrait des résultats analogues pour les réfractions qui s'opèrent au sud du zénith, ou dans tout autre azimut, en s'aidant des distances polaires déterminées sous d'autres latitudes, à des distances zénithales auxquelles la formule approximative de Laplace, permet d'évaluer théoriquement la réfraction.

» Dans la préface des *Tabulæ Regiomontanæ,* page LXII, Bessel dit avoir vérifié sa Table par des observations d'étoiles circompolaires jusqu'à 85° de distance zénithale. Mais si, comme cela est très-vraisemblable, la valeur de la constante α, qui lui avait été donnée par son hypothèse, est trop petite, cette erreur a dû affecter les distances polaires conclues des passages supérieurs, ainsi que la distance même du pôle au zénith, de sorte que l'on ne peut pas logiquement dire que la Table a été ainsi vérifiée, dans cette partie supérieure de son application. La même objection me semble s'appliquer aux amplitudes d'erreurs occasionnelles de ses indications depuis 45° jusqu'à 89° 30′ du zénith, que Bessel rapporte comme lui ayant été communiquées par l'habile astronome M. Argelander. Car toutes ces évaluations ne peuvent être réputées absolues, qu'autant que les couples d'observations supérieures et inférieures d'où on les déduit, ont un de leurs éléments théoriquement assuré, condition que la formule approximative de Laplace peut seule remplir; soit qu'on veuille l'employer avec la valeur de la constante α qu'il avait admise, et que les expériences physiques ont pleinement confirmée, soit que l'on juge convenable d'en assurer de nouveau la détermination par des observations astronomiques spécialement appropriées à ce but comme je l'ai tout à l'heure expliqué. Elle seule est vraie et certaine en soi, parce qu'elle ne repose que sur les propriétés statiques nécessairement inhérentes à une atmosphère gazeuse, possédant un pouvoir réfringent connu. Les discussions minutieuses, dans lesquelles je suis entré, montrent, je crois, suffisamment, qu'il n'y a aucun fonds de réalité dans toutes les hypothèses mathématiques, où la portion complexe et irrégulière du phénomène des réfractions est associée à la régulière, au détriment de la rigueur avec laquelle celle-ci peut être évaluée isolément, par la formule

théorique que Laplace nous a donnée. Je ne regretterais ni le temps ni la peine, que m'a coûté ce long travail, s'il pouvait persuader aux astronomes de s'accorder à calculer généralement leurs réfractions par cette formule, dans les limites de distances zénithales qu'elle embrasse; ce qui serait l'unique moyen de rendre uniformes, et comparables entre elles, les déterminations délicates qu'ils s'efforcent maintenant d'obtenir. Persister à évaluer ces phénomènes, dans les différents observatoires, par des Tables empiriques, construites sur des hypothèses dissemblables, et dont les indications discordent entre elles, cela équivaudrait, en physique, à mesurer les températures par des thermomètres, dont les échelles de graduation auraient leurs points fixes inégalement placés, et mal définis. Quant à construire une Table générale de réfractions, qui soit théoriquement modelée sur la constitution véritable de notre atmosphère, l'espoir en est, au moins, bien éloigné. Trop de données nous manquent. Les unes, que l'on pourrait connaître par des séries d'ascensions aérostatiques convenablement instituées, seraient difficiles, délicates, et surtout trop coûteuses à recueillir, pour que l'on puisse, de longtemps, les espérer. Les autres, ne se trouveraient qu'à des hauteurs, où l'homme ne peut vivre. Une de celles-ci, et des plus importantes, parce qu'elle intervient sans cesse dans ce genre de recherches, c'est l'élévation absolue de l'atmosphère. Peut-être réussirait-on à déterminer très- approximativement sa limite sensible, par des observations longtemps suivies de la courbe crépusculaire, surtout de son mouvement progressif d'ascension ou de descente, à mesure que le soleil se rapproche de l'horizon oriental avant son lever, ou s'abaisse sous l'occidental après son coucher. Des îles isolées dans l'Océan, loin des côtes, offriraient des stations éminemment convenables à cette étude. Mais ce sont là des vœux pour l'avenir. En attendant qu'ils se réalisent, servons-nous de ce que nous possédons, et tâchons de l'accroître par l'observation ou l'expérience. Mais craignons de le gâter, en le compliquant d'hypothèses, qui ne seraient bonnes qu'à nous égarer »

CALCUL INTÉGRAL. — *Sur la recherche des intégrales monodromes et monogènes d'un système d'équations différentielles; par* M. **Augustin Cauchy.**

« Soient $x, y, z, \ldots$ des inconnues assujetties, 1° à vérifier, pour une valeur variable de t, les équations différentielles

$$(1) \qquad D_t x = X, \quad D_t y = Y, \quad D_t z = Z,$$

$X, Y, Z, \ldots$ étant des fonctions données de $x, y, z, \ldots$; 2° à prendre,

pour une valeur particulière τ de t, les valeurs correspondantes ξ, η, ζ,.... Soit encore $\mathfrak{t}$ une valeur finie de t, pour laquelle se vérifie l'une des conditions

$$(2) \qquad \frac{1}{x}=0, \quad \frac{1}{y}=0, \quad \frac{1}{z}=0,\ldots,$$

$$(3) \qquad \frac{1}{X}=0, \quad \frac{1}{Y}=0, \quad \frac{1}{Z}=0,\ldots,$$

ou pour laquelle une des fonctions X, Y, Z,... cesse d'être monodrome et monogène. Il y aura lieu de rechercher si les intégrales x, y, z,... des équations (1) ne cessent pas elles-mêmes d'être monodromes et monogènes dans le voisinage de la valeur $\mathfrak{t}$ à la variable t, et un moyen de résoudre cette question sera d'intégrer par approximation les équations (1). J'ajoute que, dans beaucoup de cas, on pourra se dispenser de recourir à cette intégration, et parvenir à la solution cherchée en s'appuyant sur les considérations suivantes.

» Nommons

$$\mathfrak{x}, \quad \mathfrak{y}, \quad \mathfrak{z},\ldots$$

les valeurs particulières de x, y, z,... correspondantes à la valeur $\mathfrak{t}$ de t, et supposons d'abord que ces valeurs soient des quantités finies. Pour savoir si, dans le voisinage de la valeur $\mathfrak{t}$ attribuée à t, les intégrales x, y, z,... des équations (1) cessent ou ne cessent pas d'être monodromes et monogènes, il faudra comparer à la différence $t-\mathfrak{t}$ les différences correspondantes

$$x-\mathfrak{x}, \quad y-\mathfrak{y}, \quad z-\mathfrak{z},\ldots,$$

qui devront être en même temps qu'elles infiniment petites, et chercher d'abord de quels ordres seront ces dernières quand on considérera $t-\mathfrak{t}$ comme un infiniment petit du premier ordre. Or ces différences étant généralement des mêmes ordres que les produits

$$(t-\mathfrak{t})\,\mathrm{D}_t x, \quad (t-\mathfrak{t})\,\mathrm{D}_t y, \quad (t-\mathfrak{t})\,\mathrm{D}_t z,\ldots,$$

on pourra, dans la recherche de ces ordres, substituer habituellement aux

équations (1) les formules

$$(4) \qquad \frac{x-\mathfrak{x}}{t-\mathfrak{t}}=X,\quad \frac{y-\mathfrak{y}}{t-\mathfrak{t}}=Y,\quad \frac{z-\mathfrak{z}}{t-\mathfrak{t}}=Z,\ldots.$$

Concevons qu'en opérant ainsi on trouve les ordres des différences

$$x-\mathfrak{x},\quad y-\mathfrak{y},\quad z-\mathfrak{z},\ldots$$

respectivement égaux à

$$\lambda,\quad \mu,\quad \nu,\ldots.$$

Les intégrales $x, y, z,\ldots$ ne pourront rester monodromes et monogènes, dans le voisinage de la valeur $\mathfrak{t}$ de t pour laquelle on aura $x=\mathfrak{x}$, $y=\mathfrak{y}$, $z=\mathfrak{z},\ldots$ que dans le cas où les nombres $\lambda, \mu, \nu,\ldots$ seront tous positifs. Supposons cette condition remplie, et posons

$$(5) \quad x-\mathfrak{x}=u\,\overline{(t-\mathfrak{t})^{\lambda}},\quad y-\mathfrak{y}=v\,\overline{(t-\mathfrak{t})^{\mu}},\quad z-\mathfrak{z}=w\,\overline{(t-\mathfrak{t})^{\nu}},\ldots.$$

La substitution des inconnues $u, v, w,\ldots$ aux inconnues $x, y, z,\ldots$ transformera les équations (1) en d'autres équations de la forme

$$(6) \qquad \mathrm{D}_t u=U,\quad \mathrm{D}_t v=V,\quad \mathrm{D}_t w=W,\ldots,$$

$U, V, W,\ldots$ étant des fonctions de $t, u, v, w,\ldots$. Si, pour la valeur $\mathfrak{t}$ de t jointe aux valeurs correspondantes de $u, v, w,\ldots$, les fonctions $U, V, W,\ldots$ acquièrent des valeurs finies qui ne soient pas nulles, elles resteront pour l'ordinaire monodromes et monogènes dans le voisinage de ces valeurs, et alors les intégrales $u, v, w,\ldots$ des équations (6) seront elles-mêmes, pour des valeurs de t voisines de $\mathfrak{t}$, des fonctions monodromes et monogènes de t; alors aussi, en vertu des formules (5), les intégrales $x, y, z,\ldots$ des équations (1) seront, pour des valeurs de t voisines de $\mathfrak{t}$, des fonctions monodromes et monogènes de t, si les ordres

$$\lambda,\quad \mu,\quad \nu,\ldots$$

se réduisent à des nombres entiers : elles cesseront d'être monodromes et monogènes dans le cas contraire.

» Si à la valeur $\mathfrak{t}$ de t correspond non plus une valeur finie, mais une valeur infinie de l'une des intégrales $x, y, z,\ldots$, de l'intégrale x par exemple, alors dans les calculs précédents la différence $x - \mathfrak{x}$ devra être remplacée par le rapport $\frac{1}{x}$ qui deviendra infiniment petit avec la différence $t - \mathfrak{t}$. D'ailleurs, si l'on considère cette différence comme infiniment petite du premier ordre, l'ordre de $\frac{1}{x}$ sera généralement l'ordre du produit

$$(t-\mathfrak{t})\frac{D_t x}{x^2} = -(t-\mathfrak{t})\,D_t \frac{1}{x},$$

et l'on pourra, dans la recherche de cet ordre, substituer habituellement à la première des équations (1) la formule

$$(7) \qquad \frac{x}{t-\mathfrak{t}} = X.$$

Concevons qu'en opérant ainsi on trouve l'ordre de $\frac{1}{x}$ égal à λ. L'intégrale x ne pourra rester monodrome et monogène dans le voisinage de la valeur $\mathfrak{t}$ de t pour laquelle on aura $x = \frac{1}{0}$, que dans le cas où le nombre λ sera positif. Supposons cette condition remplie, et posons

$$(8) \qquad x = u(t-\mathfrak{t})^{-\lambda}.$$

Après avoir à la première des formules (5) substitué l'équation (8), on pourra encore, à l'aide de ces formules, obtenir entre les variables inconnues $u, v, w,\ldots$ des équations de la forme (6), puis en tirer des conclusions identiques avec celles que nous avons ci-dessus énoncées.

» On arriverait encore à des conclusions semblables si, pour la valeur $\mathfrak{t}$ de t, plusieurs des variables $x, y, z,\ldots$ devenaient infinies. Seulement alors plusieurs des formules (4) devraient être remplacées par des équations correspondantes prises dans le système

$$(9) \qquad \frac{x}{t-\mathfrak{t}} = X,\quad \frac{y}{t-\mathfrak{t}} = Y,\quad \frac{z}{t-\mathfrak{t}} = Z,\ldots;$$

et plusieurs des formules (5) par des équations correspondantes prises

dans le système

$$(10)\quad x = u(t-\mathfrak{t})^{-\lambda},\quad y = v(t-\mathfrak{t})^{-\mu},\quad z = w(t-\mathfrak{t})_{-\nu},\ldots$$

» Le cas où, x étant fini, le nombre λ serait infini, mérite une attention spéciale. Dans ce cas, si à la première des formules (5) on substitue l'équation

$$(11)\qquad x = e^{u(t-\mathfrak{t})},$$

les intégrales $u, v, w,\ldots$ des formules (6) seront encore, sous les conditions énoncées, et pour des valeurs de t voisines de $\mathfrak{t}$, des fonctions monodromes et monogènes de t; mais on ne pourra pas en dire autant des intégrales x, y, $z,\ldots$ qui ne resteront monodromes et monogènes que si les exposants

$$\mu,\quad \nu,\ldots$$

sont des nombres entiers.

» Lorsque, en suivant la marche ici tracée, on aura constaté que les intégrales $x, y, z,\ldots$ des équations (1) sont, du moins entre certaines limites du module de $t-\tau$, des fonctions monodromes et monogènes de la variable t, on pourra évidemment appliquer à ces intégrales les théorèmes généraux que j'ai déduits du calcul des résidus, spécialement le théorème énoncé à la page 212 du tome XXXII des *Comptes rendus;* on pourra en conséquence développer ces intégrales en séries, les décomposer en fractions simples ou en facteurs simples,...; et ces développements, ces décompositions pourront s'effectuer pour des valeurs quelconques de la variable t, si les intégrales $x, y, z,\ldots$ ne cessent jamais d'être monodromes et monogènes. Enfin, les formes des développements resteront les mêmes, quelle que soit la valeur attribuée à t, si, pour toute valeur finie de t, les intégrales $x, y, z,\ldots$ sont non-seulement monodromes et monogènes, mais encore finies, et par conséquent synectiques.

» Lorsque les intégrales $x, y, z,\ldots$ ne restent pas toujours monodromes et monogènes, on peut chercher à établir entre ces intégrales et de nouvelles inconnues $u, v, w,\ldots$ des relations simples, mais telles que $u, v, w,\ldots$ soient des fonctions toujours monodromes et monogènes de la variable t. Montrons en peu de mots comment ce nouveau problème peut être résolu.

» Concevons, pour fixer les idées, que les équations (1) soient remplacées

par celles qui se déduisent des deux formules

$$(12) \qquad \begin{cases} X^{-1}\,\mathrm{D}_t x + \quad Y^{-1}\,\mathrm{D}_t y = h, \\ x\,X^{-1}\,\mathrm{D}_t x + y\,Y^{-1}\,\mathrm{D}_t y = k, \end{cases}$$

et que l'on ait, en conséquence,

$$(13) \qquad \begin{cases} \mathrm{D}_t x = \dfrac{hy-k}{y-x}\,X, \\ \mathrm{D}_t y = \dfrac{k-hx}{y-x}\,Y, \end{cases}$$

les lettres h, k désignant deux constantes réelles ou imaginaires, X étant une fonction de x, et Y étant ce que devient X quand on y remplace x par y. Concevons encore que, dans ces équations, X soit de la forme

$$(14) \qquad X = \overline{(1-ax)}^{\alpha}\;\overline{(1-bx)}^{6}\;\overline{(1-cx)}^{\gamma},\ldots$$

a, b, c, ... étant des constantes réelles ou imaginaires, et α, 6, γ, ... des exposants entiers ou fractionnaires. Les intégrales x, y, ne pourront cesser d'être monodromes et monogènes dans le voisinage d'une valeur particulière t attribuée à la variable t, que dans le cas où à cette valeur répondra une valeur infinie de x ou de y, ou une valeur nulle ou infinie de X ou de Y, ou enfin une valeur nulle de $y-x$, c'est-à-dire dans le cas où se vérifiera l'une des conditions :

$$(15) \qquad x = \frac{1}{0}, \quad y = \frac{1}{0},$$

$$(16) \qquad x = \frac{1}{a}, \quad x = \frac{1}{b}, \quad x = \frac{1}{c}, \ldots, \quad y = \frac{1}{a}, \quad y = \frac{1}{b}, \quad y = \frac{1}{c}, \ldots,$$

$$(17) \qquad y = x.$$

D'ailleurs, dans le voisinage d'une valeur de t, pour laquelle se vérifiera l'une des conditions (16), les intégrales x, y ne cesseront pas d'être des fonctions monodromes et monogènes de t, si chacun des exposants

$$\alpha,\ 6,\ \gamma,\ \ldots$$

est de l'une des trois formes

$$1-\frac{1}{n}, \quad 1, \quad 1+\frac{1}{n},$$

la lettre n désignant un nombre entier. Supposons cette condition remplie, et faisons

$$\alpha + 6 + \gamma + \ldots = \iota.$$

Dans le voisinage d'une valeur de t, pour laquelle se vérifiera l'une des conditions (15), les intégrales x, y ne cesseront pas d'être des fonctions monodromes et monogènes de t, si la différence

$$\iota - 1$$

est elle-même de l'une des trois formes $1 - \frac{1}{n}$, 1, $1 + \frac{1}{n}$. Supposons encore cette dernière condition remplie. Alors les intégrales x, y ne pourront cesser d'être monodromes et monogènes que dans le voisinage d'une valeur de t, pour laquelle se vérifiera l'équation (17); ajoutons que, pour une telle valeur de t, la fonction $(y - x)^2$, dont la dérivée vérifiera la formule

$$\frac{1}{2} D_t (y - x)^2 = k(X + Y) - h(yX + xY),$$

ne cessera pas d'être monodrome et monogène, et que la racine carrée d'une fonction monodrome et monogène cesse généralement de l'être quand on attribue à la variable indépendante des valeurs voisines de l'une de celles pour laquelle la fonction s'évanouit. Cela posé, il est clair que dans l'hypothèse admise la racine carrée $y - x$ de $(y - x)^2$, et, par suite, les inconnues x, y cesseront d'être monodromes et monogènes pour des valeurs de t voisines de celles qui vérifieront la formule (17); quant à la fonction de x et de y, représentée par $(y - x)^2$, elle restera toujours, et pour une valeur quelconque de t, monodrome et monogène avec les deux fonctions

$$x + y \quad \text{et} \quad xy,$$

dont les dérivées, déterminées par les formules

$$D_t(y + x) = \frac{h(yX - xY) - k(X - Y)}{y - x},$$

$$D_t(xy) = \frac{h(y^2 X - x^2 Y) - k(yX - xY)}{y - x},$$

conserveront des valeurs finies quand on posera $y = x$.

» On arriverait à des résultats analogues, en considérant, non plus les équations (12), mais un système de n équations du même genre entre n va-

riables x, y, z, etc., par exemple les trois équations

$$(18)\quad \begin{cases} X^{-1}\mathrm{D}_t x + Y^{-1}\mathrm{D}_t y + Z^{-1}\mathrm{D}_t z = h, \\ x\, X^{-1}\mathrm{D}_t x + y\, Y^{-1}\mathrm{D}_t y + z\, Z^{-1}\mathrm{D}_t z = k, \\ x^2 X^{-1}\mathrm{D}_t x + y^2 Y^{-1}\mathrm{D}_t y + z^2 Z^{-1}\mathrm{D}_t z = l, \end{cases}$$

h, k, l étant des constantes réelles ou imaginaires, et X, Y, Z, des fonctions semblables mais irrationnelles qui dépendraient la première de la variable x, la deuxième de la variable y, la troisième de la variable z.

» Remarquons d'ailleurs que l'intégration des équations (12), (18), etc., et la détermination des fonctions abéliennes sont deux opérations identiques. Ainsi, en particulier, intégrer les intégrations (12), en assujettissant les intégrales x, y à prendre pour une valeur nulle de t les valeurs ξ, η, c'est, en d'autres termes, calculer les valeurs des fonctions abéliennes x, y déterminées par les deux équations

$$\int_\xi^x X^{-1}\,dx + \int_\eta^x Y^{-1}\,dy = ht,$$
$$\int_\xi^x x\, X^{-1}\,dx + \int_\eta^y y Y^{-1}\,dy = kt.$$

ZOOLOGIE. — *Note sur deux œufs d'Epyornis, récemment arrivés en France; par* **M. Is. Geoffroy-Saint-Hilaire.**

« Depuis que j'ai fait connaître, en janvier 1851, sous le nom d'Epyornis, l'oiseau gigantesque de Madagascar, j'ai reçu, à plusieurs reprises, des fragments d'os et d'œufs, dont les principaux ont été mis, en octobre dernier, sous les yeux de l'Académie (1). J'ai l'honneur de lui présenter aujourd'hui deux œufs entiers, qu'a bien voulu me confier M. Armange, capitaine au long cours, déjà connu de l'Académie par plusieurs services rendus aux sciences, et particulièrement à l'histoire naturelle.

» Dans ma dernière communication, j'avais eu l'honneur de dire à l'Académie qu'il existait à Nantes quatre œufs, dont un plus volumineux que les trois jusqu'alors connus. C'est cet œuf qui est aujourd'hui placé, avec

---

(1) Voyez ma *Note sur divers ossements et fragments d'œufs d'Epyornis*, que j'avais reçus en 1853, de M. Delamarre, et en 1854, de MM. Armange et Charles Coquerel; *Comptes rendus*, tome XXXIX, page 833 (octobre 1854).

un autre plus petit, sous les yeux de l'Académie. Il a, comme l'un de ceux que j'ai décrits, la forme d'un ellipsoïde de révolution, mais il est un peu plus long, à petit axe un peu plus grand aussi, et plus généralement renflé. Le petit œuf est aussi ellipsoïde. L'un des deux œufs d'abord connus reste le seul qui soit de forme ovoïde, c'est-à-dire qui ait, comme on dit vulgairement, un *gros* et un *petit bout*.

» Voici les dimensions des deux œufs qu'a bien voulu me remettre M. Armange, comparés à ceux que j'avais reçus en 1851 de M. Malavois, et dont le Muséum d'Histoire naturelle qui les possède, a envoyé des moules très-exactement faits, dans les principaux Musées de la France et de l'étranger.

	OEUFS ARRIVÉS EN 1851.		OEUFS ARRIVÉS EN 1854.	
	OEuf ovoïde.	OEuf ellipsoïde.	Petit œuf.	Grand œuf.
Grand axe........	$0^{m},324$ (1)	$0^{m},32$	$0^{m},30$	$0^{m},334$
Petit axe........	0,225	0,23	0,229	0,238
Grande circonférence...	0,85	0,84	0,835	0,925
Petite circonférence....	0,71	0,72	0,715	0,753
Volume........	»	$0^{mc},008887$	»	$0^{mc},009906$

(1) Et non $0^{m},34$ comme il a été imprimé par erreur.

» Dans une Note qu'il m'avait adressée sur les œufs d'Epyornis peu de temps après leur arrivée à Nantes, M. Armange attribuait au plus grand de ces œufs une capacité supérieure de près de 1 litre $\frac{1}{2}$ à celle de l'œuf ellipsoïde dont j'avais indiqué le volume. On voit, par les mesures qui précèdent, que cette évaluation est un peu au-dessus de celle à laquelle je suis moi-même arrivé, et d'après laquelle le volume de l'œuf nouvellement connu surpasserait celui de l'œuf ellipsoïde d'abord connu d'un peu plus d'un décimètre cube. »

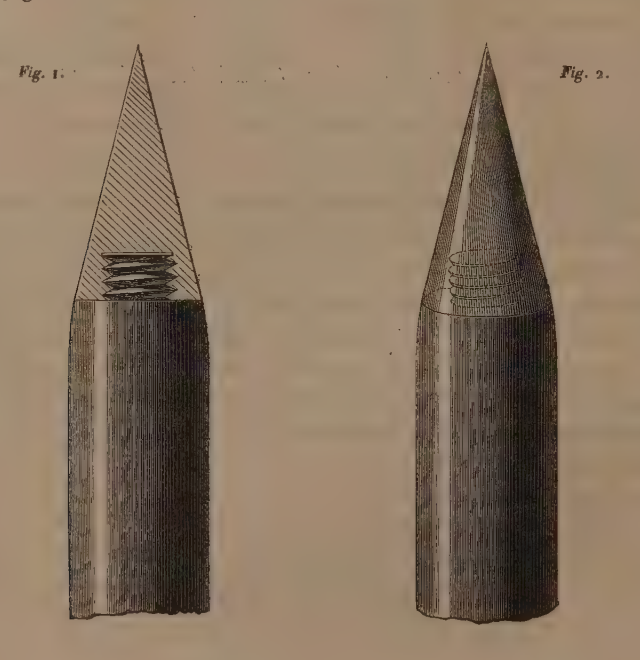
RAPPORTS.

PHYSIQUE. — *Rapport sur les pointes de paratonnerres présentées par* **MM. Deleuil** père et fils.

(Commission composée de MM. Becquerel, Babinet, Duhamel, Despretz, Cagniard de Latour, Regnault, de Senarmont, Pouillet rapporteur.)

« La Commission a examiné avec intérêt les pointes de paratonnerres présentées à l'Académie par *MM. Deleuil* père et fils; elle trouve que le travail en est tel qu'on pouvait l'attendre de ces habiles constructeurs et qu'il ne laisse rien à désirer. L'une de ces pointes est un cône de platine massif exactement conforme aux indications données dans le Rapport du 18 décembre dernier, l'autre est un cône pareil pour la forme, pour les dimensions et pour toute l'apparence extérieure, seulement il est un peu plus économique, parce qu'il est fait au moyen d'une capsule conique de platine appliquée, à la soudure forte, sur l'extrémité conique de la tige de fer.

» La première disposition est représentée en coupe et en perspective dans les *fig.* 1 et 2.



» La seconde est représentée, aussi en coupe et en perspective, dans les *fig.* 3 et 4.

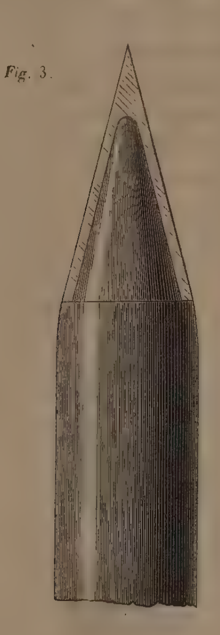

Fig. 3.

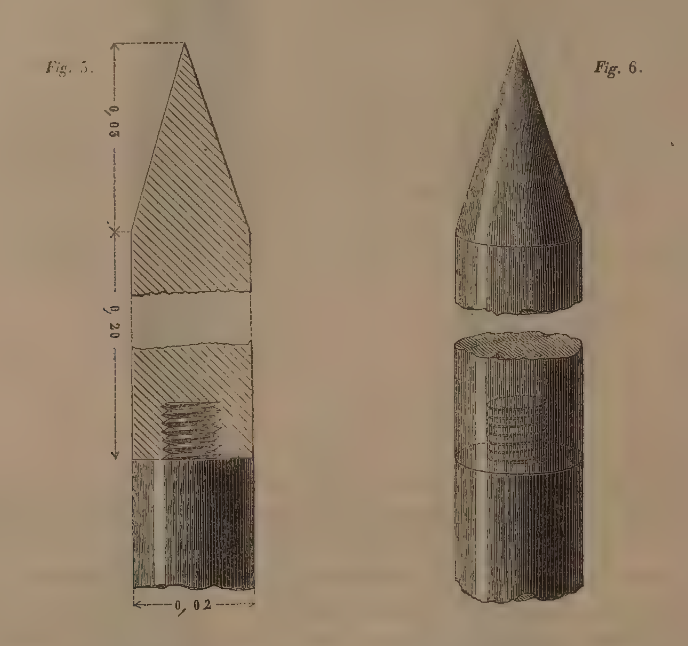

Fig. 4.

» Ces figures sont de grandeur naturelle; la partie hachée dans les coupes indique le platine, celle qui ne l'est pas indique la partie supérieure du fer de la tige du paratonnerre: celle-ci est supposée ronde et de 2 centimètres de diamètre, le cône a une hauteur double ou 4 centimètres.

» Nous pensons que cette seconde disposition ne doit avoir pour l'usage aucune infériorité sur la première; mais il faut pour cela qu'elle soit exécutée par un habile ouvrier qui sache réussir toujours à faire prendre la soudure sur tous les points de la capsule, afin qu'elle soit intimement unie au fer par toute sa surface intérieure.

» Nous ajoutons que nous ne verrions aucun inconvénient à substituer au platine le palladium, ainsi que l'or et l'argent au titre de 950, soit en cône massif, soit en capsule conique d'une épaisseur suffisante; et nous ne doutons pas que, dans les ateliers de MM. Deleuil, ces autres pointes ne soient fabriquées avec la même perfection que les pointes de platine qu'ils présentent à l'Académie.

» Cependant, tous ces métaux sont d'un prix élevé, bien peu d'ouvriers ont l'habitude de les travailler, ou du moins d'apporter à ce travail la précision et les soins délicats qui sont ici la condition indispensable du succès. Ces motifs nous ont ramenés à une proposition qui avait déjà été discutée dans le sein de la première Commission, et qui consiste à faire simplement la pointe des paratonnerres avec du cuivre rouge, comme elle est représentée en coupe et en perspective dans les *fig.* 5 et 6, de grandeur naturelle, sauf la brisure qui en réduit la longueur.



» Le cylindre de cuivre rouge a 2 centimètres de diamètre, comme la partie supérieure de la tige de fer du paratonnerre, et il est brasé avec elle pour en faire le prolongement ; sa longueur est d'environ 20 centimètres, et il se termine en haut par un cône de 3 à 4 centimètres de hauteur.

» Notre conclusion, à l'égard de cette pointe de cuivre rouge, est que rien ne s'oppose à ce qu'elle soit employée presque avec la même confiance que les précédentes ; si l'on peut craindre qu'elle n'éprouve quelques altérations superficielles de la part des agents atmosphériques, ces inconvénients possibles sont plus que compensés par les avantages suivants :

» 1°. Le cuivre rouge, tel qu'on le trouve dans le commerce, est, avec le palladium, l'or et l'argent, parmi les meilleurs conducteurs de la chaleur et de l'électricité; la pointe du cône de ce métal s'échauffera donc beaucoup moins que celle du cône de platine sous l'influence des courants électriques et même des coups de foudre; ainsi, avec la forme que nous lui donnons, il est très-probable qu'elle ne sera ni fondue ni profondément oxydée.

» 2°. Le paratonnerre à pointe de cuivre rouge n'entraîne qu'à une moindre dépense; il devient accessible, non-seulement aux communes, mais à la plupart des propriétaires; il peut être fabriqué partout, car il y a sans doute en France bien peu de villages où l'on ne trouve un ouvrier fort capable de travailler et d'ajuster toutes les pièces d'un paratonnerre établi d'après ce système. »

Avant que le Rapport soit mis aux voix, M. **Despretz**, Membre de la Commission, appelle l'attention sur un point relativement auquel il n'a pu partager l'opinion de ses collègues.

« M. Despretz craint que la couche de carbonate ou de toute autre matière peu conductrice dont se couvrira le cuivre plus ou moins, selon les localités, n'affaiblisse l'action efficace du paratonnerre. Cette crainte porte M. Despretz à ne pas approuver la proposition de terminer les paratonnerres par une tige en cuivre.

» Il ne pense pas qu'il soit prudent d'abandonner le platine. Il désire donc qu'on termine les paratonnerres par un cône en platine arrondi à sa partie supérieure, et soudé au cuivre ou au fer à la soudure forte. La dépense ne lui paraît pas devoir dépasser 50 francs pour les édifices ordinaires.

» Il croit encore qu'il y a dans tous les chefs-lieux de département et dans les ateliers placés sous la direction du Ministère de la Guerre ou de la Marine, des hommes tout à fait en état de souder le platine à la soudure forte. »

Ces observations entendues, ainsi que les réponses de M. **Pouillet** et de M. **Regnault**, le Rapport est mis aux voix et adopté.

L'Académie décide aussi que ce Rapport sera imprimé à la suite des précédents, dans le petit volume intitulé : *Instruction sur les paratonnerres adoptée par l'Académie des Sciences*.

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination d'un Correspondant pour la Section de Chimie, en remplacement de feu *M. Laurent.*

Au premier tour de scrutin, le nombre des votants étant 48,

M. Malaguti obtient. . . .	37 suffrages.
M. Pasteur	5
M. Gerhardt	3
M. Hoffmann.	2

Il y a un billet blanc.

M. **Malaguti**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est déclaré élu.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Pouillet**, au nom de la Commission qui avait été chargée de prendre connaissance de deux Notes de *M. Schmitz*, sur un nouveau système de ballons, demande que ces Notes soient renvoyées à la Commission précédemment nommée pour les diverses communications relatives à l'aérostatique.

(Renvoi à l'examen de la Commission des ballons, Commission qui se compose de MM. Poncelet, Piobert, Séguier.)

L'Académie reçoit un Mémoire destiné au concours pour le grand prix de Sciences mathématiques (question concernant le dernier théorème de Fermat).

Ce Mémoire, portant pour épigraphe : « Le moyen le plus simple est souvent le meilleur, » a été inscrit sous le n° 3.

(Réservé pour l'examen de la future Commission.)

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Mémoire sur l'intégration des équations différentielles de la Mécanique analytique; par* M. **Edmond Bour.** (Extrait par l'auteur.)

(Commissaires, MM. Liouville, Lamé, Chasles.)

« On sait que les équations différentielles d'un problème de mécanique auquel s'applique le principe des forces vives, ont la forme très-simple

$$\frac{dp_1}{dt} = \frac{dH}{dq_1}, \quad \frac{dp_2}{dt} = \frac{dH}{dq_2}, \ldots, \quad \frac{dp_n}{dt} = \frac{dH}{dq_n},$$
$$\frac{dq_1}{dt} = -\frac{dH}{dp_1}, \quad \frac{dq_2}{dt} = -\frac{dH}{dp_2}, \ldots, \quad \frac{dq_n}{dt} = -\frac{dH}{dp_n}.$$

» H désigne la différence U — T de la fonction des forces et de la demi-somme des forces vives du système; c'est la quantité qui reste constante en vertu du principe des forces vives.

» $q_1, q_2, \ldots, q_n$ sont des variables indépendantes en fonction desquelles sont données les coordonnées des divers points mobiles.

» Enfin

$$p_1 = \frac{dT}{dq'_1}, \qquad p_2 = \frac{dT}{dq'_2}, \ldots, \qquad p_n = \frac{dT}{dq'}.$$

» Un pareil problème a $2n - 1$ intégrales distinctes indépendantes du temps, qui forment la solution complète de l'équation différentielle partielle

$$(1) \qquad \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{dH}{dq_i} \frac{dz}{dp_i} - \frac{dH}{dp_i} \frac{dz}{dq_i} \right) = 0.$$

» Ces intégrales jouissent de plusieurs propriétés, parmi lesquelles il faut citer en première ligne celle qui fait l'objet du théorème de Poisson. Elle consiste en ce que, si α et β sont deux intégrales quelconques, la quantité

$$(2) \qquad \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{d\alpha}{dq_i} \frac{d\beta}{dp_i} - \frac{d\alpha}{dp_i} \frac{d\beta}{dq_i} \right)$$

reste constante pendant tout le mouvement; on la désigne par la notation (α, β).

» Je commence par établir, en complétant un théorème de M. Bertrand, que l'on peut former la solution complète d'un problème de mécanique au moyen de deux séries d'intégrales conjuguées deux à deux,

$$\begin{matrix} \alpha_1 \; \alpha_2 \ldots \alpha_n \\ \beta_1 \; \beta_2 \ldots \beta_n, \end{matrix}$$

telles, que l'une quelconque α_1, combinée avec toutes les autres pour former la fonction (α, β) de Poisson, donne l'unité avec sa conjuguée β_1 et o avec tout le reste.

» Je démontre ensuite, et c'est là l'objet principal du Mémoire, que la connaissance d'une intégrale quelconque permet d'abaisser de deux unités l'ordre de l'équation différentielle, sans toutefois que l'intégrale conjuguée à la première puisse servir à abaisser de nouveau le degré de l'équation transformée, à laquelle elle devient étrangère.

» Pour expliquer en quoi consiste la méthode de réduction, supposons que l'on connaisse deux intégrales α_1, α_2 qui comprennent celle des forces

vives, il faudra résoudre algébriquement les deux équations $\alpha_1 =$ constante et $\alpha_2 =$ constante par rapport à p_n et p_{n-1} ; on aura alors

$$p_n = \varphi_1(p_1 q_1 \ldots \alpha_1 \alpha_2),$$
$$p_{n-1} = \varphi_2(p_1 q_1 \ldots \alpha_1 \alpha_2),$$

et l'on pourra prendre pour l'équation réduite l'une ou l'autre des deux suivantes :

$$(3) \qquad \sum_{i=1}^{i=n-2} \left(\frac{dp_n}{dq_i}\frac{dz}{dp_i} - \frac{dp_n}{dp_i}\frac{dz}{dq_i}\right) + \frac{dz}{dq_n} = 0,$$

$$(4) \qquad \sum_{i=1}^{i=n-2} \left(\frac{dp_{n-1}}{dq_i}\frac{dz}{dp_i} - \frac{dp_{n-1}}{dp_i}\frac{dz}{dq_i}\right) + \frac{dz}{dq_{n-1}} = 0.$$

» Chacune d'elles a sa solution complète formée de $\alpha_3 \beta_3 \ldots \alpha_n \beta_n$.

» q_{n-1} est considérée comme une constante dans l'intégration de l'équation (3) : il en résulte que cette équation admet des intégrales étrangères à la question, qui sont de la forme $z = \mathrm{F}(\alpha_3 \beta_3 \ldots \alpha_n \beta_n, q_{n-1})$.

» J'étudie le cas où l'on aurait découvert une de ces solutions étrangères, et je montre qu'il peut souvent correspondre à un abaissement plus considérable, parce qu'on peut alors isoler un certain groupe d'intégrales qui satisfont à une équation de la forme (1).

» Enfin j'indique l'extension de ce dernier résultat au cas où l'on trouverait, comme M. Bertrand l'a fait pour le problème des trois corps, un certain nombre de fonctions des coordonnées et des vitesses des divers points mobiles telles, que leurs dérivées, par rapport au temps, ne contiennent que ces nouvelles variables seulement. On est ramené ainsi à intégrer une équation plus simple ; mais on a perdu tous les avantages attachés à la forme (1). Je donne les conditions nécessaires et suffisantes pour que la nouvelle équation puisse encore être ramenée à cette forme caractéristique. »

ORGANOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Formations spirales dans les cellules que renferment les feuilles de certaines Orchidées; par* **M. A. Trécul.**

(Commissaires, MM. Ad. Brongniart, Montagne, Tulasne.)

« Dans la séance du 6 novembre 1854, j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie un Mémoire sur les formations secondaires dans les cellules végétales, dans lequel j'établis que ces productions ont pour origine la membrane primaire de la cellule ; qu'il y a des cellules qui ne donnent naissance qu'à des formations secondaires externes ; que d'autres cellules n'engendrent que des formations secondaires externes ; enfin, que certaines utricules réunissent à la fois ces deux sortes de formations. Aujourd'hui, j'ai pour but

de montrer que toutes les spiricules des cellules végétales n'ont point le même mode de développement; qu'il en est, comme celles que j'ai décrites dans la séance du 26 juin 1854, qui naissent de la face interne de la membrane utriculaire, et que d'autres, comme celles qui font le sujet de ce travail, appartiennent au contraire à la catégorie des formations secondaires externes. Les unes et les autres sont tubuleuses, ainsi que je l'ai annoncé, et renferment une substance liquide, gélatiniforme ou solide. Je prouverai de nouveau, par les exemples que je vais citer, que l'on ne doit point déduire le mode de formation d'un organe de celui d'un autre avec lequel il a une ressemblance plus ou moins marquée. Ce sont les cellules spiralées que renferment les feuilles de certaines Orchidées qui me fourniront ces preuves nouvelles.

» Meyen, qui a signalé ces cellules dans l'*Oncidium maximum*, l'*Oncidium juncifolium*, le *Vanda teretifolia*, jugeant de leur développement par leur structure, s'était imaginé que la spiricule était à la face interne de la membrane cellulaire, parce qu'elle fait saillie dans l'intérieur de l'utricule.

» Les feuilles qui renferment ces spiroïdes singuliers, comme celles de quelques *Pleurothallis*, de certains *Stelis*, du *Physosiphon Loddigesii*, du *Lepanthes cochlearifolia*, etc., ont une structure manifestement différente de celle des feuilles des autres plantes de la même famille. Cette dissemblance consiste souvent dans l'existence, sur les deux faces de la feuille, d'une couche de cellules dépourvues de chlorophylle, placée entre l'épiderme et le parenchyme qui contient la matière colorante verte. A la face inférieure, il n'y a ordinairement qu'une couche de grandes cellules spiralées, tandis qu'à la face supérieure il y a, immédiatement au-dessous de l'épiderme, deux, trois ou quatre rangées de cellules incolores de moyenne grandeur, et au-dessous d'elles, en contact avec les cellules munies de chlorophylle, on trouve un rang de cellules beaucoup plus grandes que toutes les autres, et allongées perpendiculairement à l'épiderme. Ce sont fréquemment ces dernières cellules, mais surtout celles de la rangée voisine de l'épiderme inférieur, qui ont la structure que j'ai signalée, et dont je vais décrire l'évolution. Dans quelques *Stelis*, etc., ces cellules spiralées sont aussi dispersées au milieu du parenchyme vert, et la structure de la feuille ne paraît pas différer à l'œil nu de celle des feuilles ordinaires. Les spiricules, que l'on voit très-bien se contourner en colimaçon vers les extrémités des utricules, sont saillantes à l'intérieur de celles-ci; assez souvent les tours de spires sont séparés les uns des autres par la résorption de la membrane qui les unissait d'abord. Assez fréquemment aussi, surtout dans les très-longues cellules de la face supérieure de la feuille, il n'y a point de spiricules proprement dites, mais les

membranes sont seulement plissées en hélice, sans qu'il y ait de productions secondaires comme celles dont je vais donner la description.

» Ces cellules, quand elles sont munies de spiricules, ont donc beaucoup d'analogie avec les vaisseaux spiraux et les cellules des Cactées, dont j'ai indiqué la structure et le développement dans la séance du 26 juin 1854; mais si de l'évolution de ces derniers organes on voulait préjuger celle des autres, on tomberait dans une erreur bien grande. En effet, tandis que les spiricules des cellules fibreuses des Cactées, etc., appartiennent évidemment aux formations secondaires internes, celles des cellules spiralées des feuilles des Orchidées, dont il s'agit ici, se rangent parmi les formations secondaires externes, ainsi que je l'ai dit déjà. Voici comment leur développement s'accomplit. Ce que je vais dire se rapporte surtout au *Lepanthes cochlearifolia* et au *Physosiphon Loddigesii*, dans lesquels j'ai étudié ce phénomène avec le plus de facilité. Les cellules qui le présentent sont, dans leur jeunesse, séparées par une membrane commune à deux cellules. La production des spiricules peut commencer dès cette époque; c'est ce qui m'a paru avoir lieu le plus souvent dans le *Lepanthes cochlearifolia;* mais fréquemment, surtout dans le *Physosiphon Loddigesii,* leur évolution commence lorsque la membrane de chaque utricule est distincte.

» Si le développement se fait quand la cloison ou membrane qui sépare deux cellules est simple, la modification peut s'effectuer sur l'un ou sur l'autre côté de la cloison seulement, ou sur les deux côtés à la fois. Supposons d'abord, ce qui arrive fort souvent, qu'il ne naisse de spiricule qu'à la surface de l'une des deux cellules que sépare cette cloison. On voit alors, sur des coupes transversales, que la membrane s'épaissit du côté de cette cellule à des intervalles réguliers. Comme l'épaississement s'opère dans l'intérieur de la cloison, il en résulte que la membrane fait, dans la cavité de la cellule, des saillies ou des ondulations alternant avec des parties déprimées, tandis que la surface interne de l'autre cellule est restée rectiligne. Quand ces éminences, qui décrivent une hélice dans l'intérieur de l'utricule, sont arrivées à une certaine dimension, on reconnaît que l'épaississement se divise en deux parties : l'une mince circonscrit la cavité de la cellule, c'est la membrane utriculaire; l'autre, qui ressemble à de la matière intercellulaire, remplit les tubulures formées par les ondulations dues à l'écartement de la membrane.

» Ce qui s'est produit d'un seul côté de la cloison, peut s'opérer sur les deux, c'est-à-dire dans les deux cellules adjacentes. Alors les ondulations de l'une des cellules sont rarement opposées à celles de l'autre; elles sont plus fréquemment alternes, de manière, au contraire, que les dépressions

d'une cellule correspondent aux éminences ou spiricules de l'autre. Le produit de la sécrétion d'une cellule est donc parfois bien distinct de celui de la sécrétion de sa voisine; et les ondulations, ou renflements, sont quelquefois séparées par de courts espaces dans lesquels la membrane primitive n'a pas été modifiée, épaissie; mais quand la végétation est très-active, la sécrétion peut être assez abondante pour que les matières épanchées entre les deux parois soient confluentes : il n'y a pas alors de ligne de démarcation entre l'épanchement fourni par l'une et par l'autre cellule. Toute la formation secondaire a, dans ce cas principalement, les caractères de la matière intercellulaire, telle que les botanistes la comprennent ordinairement.

» Quand, au contraire, dès l'origine de ces formations secondaires externes, les membranes des cellules contiguës sont distinctes, les phénomènes généraux sont les mêmes, mais on distingue mieux encore ce qui appartient à chacune des utricules. Le *Physosiphon Loddigesii*, dans cette circonstance, est très-favorable à l'observation, bien que ce phénomène soit aussi bien souvent apparent dans d'autres espèces. Dans ce cas donc, de même que dans le précédent, il arrive très-fréquemment que l'une des deux cellules est active. On la voit se plisser régulièrement, en s'écartant à des intervalles égaux de sa voisine, au contact de laquelle elle demeure dans les parties où il ne se fait pas d'excrétion. A mesure que l'écartement a lieu, les petits espaces intercellulaires se remplissent d'une matière fluide dont la densité est manifestement plus grande près de la cellule formatrice. Si les deux cellules sont écartées par la section, en préparant l'objet, la cellule active emporte avec elle ce qu'elle a produit, et l'on voit distinctement que la matière sécrétée, qui est nettement délimitée, n'est bordée à l'extérieur par aucune pellicule. Mais à une époque un peu plus avancée on s'aperçoit que la sécrétion acquiert plus de densité vers sa limite externe; une pellicule d'abord d'une très-grande ténuité apparaît, elle augmente insensiblement et finit par atteindre l'épaisseur de la membrane mère qui a été refoulée vers le centre de la cellule.

» Une production spiroïde semblable peut naître aussi de la cellule adjacente, sur l'autre côté. Dans ce cas la sécrétion des deux cellules voisines est distincte, même avant l'apparition de la pellicule externe; car les deux sécrétions contiguës sont séparées à leur point de contact par une ligne noire très-déliée suivant laquelle naissent bientôt les membranes externes. Celles-ci paraissent quelquefois unies comme le serait l'eustache de M. Hartig, auquel elles correspondent évidemment; mais dans un âge plus avancé encore, cet eustathe, ou mieux ces deux membranes ter-

tiaires externes se séparent, ce qui n'a point lieu d'après la théorie de M. Hartig.

» Bien que les parties constituantes de ces cellules spiralées apparaissent de l'intérieur à l'extérieur, leurs spiricules n'ont cependant pas la composition que cet anatomiste attribue aux spiricules en général; car, suivant lui (*Ann. sc. nat.*, 3e série, tome Ier, page 360), la spiricule est formée « d'un astathe environné et soutenu par le ptychode, » tandis que nous avons dans les spiricules des feuilles des Orchidées mentionnées ici (en adoptant les termes de M. Hartig) le ptychode ou membrane interne, l'astathe ou membrane médiane, et l'eustathe ou membrane externe. Ainsi, dans ce cas spécial même, qui diffère, au plus haut point, des spiricules des Cactées, etc., la spiricule n'a pas, je le répète, la composition que M. Hartig a cru trouver dans les formations spirales en général, et cependant la production de cette spiricule des Orchidées s'accorde avec sa théorie sur l'accroissement de la cellule.

» Voilà donc des faits qui justifient à peu près complétement l'opinion de ce savant, si on la considère comme l'expression de quelques cas particuliers; malheureusement ce botaniste, croyant pouvoir généraliser quelques observations isolées, a cité des exemples, tels que le *Taxus baccata*, etc., qui ne sont pas du tout conformes à sa théorie, puisque, ainsi que je l'ai dit dans la séance du 6 novembre 1854, les fibres ligneuses de cet arbre donnent à la fois des productions secondaires externes et des productions secondaires internes, et puisque la membrane interne qu'il regarde comme primaire est en réalité secondaire. Il ne reconnaît pas, en outre, de cellules qui aient des formations secondaires internes : tout, pour lui, se formant à l'extérieur de la membrane primaire. »

MÉDECINE. — *Inhalation du chloroforme.* (Extrait d'une Note de M. Mounier.)

(Commissaires, MM. Flourens, Andral, Velpeau.)

« Pendant un séjour de six mois comme médecin en chef de l'hôpital de *Dolma-Bagtché*, à Constantinople, j'ai recouru plusieurs milliers de fois à l'usage du chloroforme, dans les cas légers comme dans les cas les plus graves, et j'ai la satisfaction d'annoncer à l'Académie que les inhalations ont été constamment couronnées du succès le plus complet.

» L'appareil dont je me suis toujours servi était extrêmement simple : il consistait en un cornet de papier assez évasé à sa base pour embrasser le nez et la bouche du patient, et tronqué à son sommet, de manière à laisser facilement pénétrer l'air pendant l'inspiration; une pincée de charpie

introduite au fond du cornet, tenait lieu d'éponge. Vingt à trente gouttes de chloroforme étaient versées dans le cornet et imbibaient la surface de la charpie. Le blessé était couché horizontalement, en supination. L'expérience nous ayant appris que l'éclat de la lumière et le bruit étaient des conditions qui retardaient sensiblement, si elles n'empêchaient pas l'action du chloroforme, on étendait une compresse sur les yeux du malade, et tous les assistants observaient un profond silence. Un aide intelligent explorait les battements du pouls, les mouvements respiratoires, et mesurait le temps à l'aide d'une montre à secondes. Le cornet était alternativement rapproché ou éloigné de la bouche du malade, pendant quelques secondes; et à mesure que l'anesthésie se manifestait, on tenait l'appareil plus près de la face et plus longtemps. On interrogeait la sensibilité du malade par des pincements à la peau, et son intelligence par des questions réitérées. Le silence du blessé était pour nous l'indice de l'opportunité d'agir, et ce moment a toujours été celui du commencement de l'opération.

» Si la manœuvre chirurgicale durait longtemps, on versait dans le cornet une seconde, une troisième dose de chloroforme, qui toujours était inspiré d'une manière intermittente.

» Tel a été le procédé de chloroformisation mis en usage chez tous les blessés de l'*Alma* et d'*Inkermann* apportés en mon hôpital, et jamais nous n'avons eu, non-seulement de mort à déplorer, mais même d'accidents à combattre. L'innocuité du chloroforme et sa constante efficacité, je les attribue au procédé suivi dans l'administration de l'incomparable agent anesthésique, procédé qui découle de la théorie si savamment et si judicieusement développée par M. Flourens, à savoir que le chloroforme produit une anesthésie progressive, successive, qu'il agit d'abord sur l'intelligence, ensuite sur la sensibilité, et finalement sur la locomotion; ou, pour parler anatomiquement, sur les lobes cérébraux, sur le cervelet, sur la moelle épinière, sur la moelle allongée, sur le nœud vital. Il résulte des expériences si nombreuses qui se sont accomplies sous mes yeux et sous ma direction, qu'il n'est nullement besoin de pousser l'absorption du chloroforme jusqu'à l'abolition des mouvements; qu'il est encore moins nécessaire de frapper de sidération le système nerveux; qu'il y a, comme l'a dit M. Baudens, imprudence et danger d'homicide à franchir volontairement le degré qui sépare l'abolition du sentiment de l'abolition du mouvement.

» La surexcitation de l'appareil musculaire s'est offerte rarement à mon observation; quand elle s'est manifestée, au lieu de la combattre et de cher

cher à la maîtriser par l'addition de nouvelles doses de chloroforme, je faisais, au contraire, éloigner l'appareil de la face du malade, et, en quelques secondes, celui-ci revenait au point pour ainsi dire normal pour le commencement de l'opération, c'est-à-dire à la perte de la sensibilité.

» Ce procédé opératoire, dont M. Baudens a si clairement formulé les règles, qui est basé sur l'ordre d'évolution des phénomènes pathologiques provoqués par l'inhalation du chloroforme, et si savamment analysés par M. Flourens, ce procédé, dis-je, m'a permis plusieurs fois de faire mettre sur un brancard, de transporter à la salle d'opération, d'opérer, de panser et de ramener un malade dans son lit, sans qu'il ait eu conscience ni sentiment de ce qui s'était passé. Or, quand on a vu le chloroforme réussir ainsi constamment dans les opérations les plus variées, dans les plus légères comme dans les plus graves, la question est jugée, et tout esprit impartial doit convenir que ce n'est pas l'agent anesthésique, mais bien la manière de l'employer qui a été la cause des accidents funestes qu'on a eu trop souvent à déplorer. Les nombreux médecins étrangers qui m'ont fait l'honneur d'assister aux opérations pratiquées à l'hôpital de *Dolma-Bagtché*, et les élèves de *Galata-Séraï*, que le gouvernement ottoman avait mis à ma disposition, ont constaté, d'après l'exposé que je leur avais fait de la théorie de M. Flourens, que la marche des phénomènes anesthésiques était bien telle que l'avait décrite cet illustre physiologiste, et tous ont été émerveillés de l'efficacité, non moins que de l'innocuité du chloroforme, administré suivant la méthode de M. Baudens.

» La vulgarisation de l'emploi du chloroforme et la pratique des opérations sur le cadavre, que j'ai enseignée aux élèves de l'École de Médecine de Constantinople, sont deux bienfaits qui, je l'espère, laisseront des traces ineffaçables de la médecine militaire française en Orient. »

MÉCANIQUE. — *Considérations sur les roues à arbre mobile dans le système de l'engrenage à coin. Manière de faire les roues d'angles, d'après le même système.* (Mémoires de **M. Minotty**.)

Ces deux Mémoires sont accompagnés de la Lettre suivante :

« L'extrême bonté avec laquelle mon engrenage à coin a été accueilli par l'Académie; la bonne réussite qu'il a donnée jusqu'ici toutes les fois qu'on l'a employé, et principalement dans les usines de MM. Buddicom et Cᵉ à Sotteville, où il a été appliqué par M. l'ingénieur Pierre Conti, et où il transmet, depuis huit mois, la force d'une machine de dix chevaux; l'appli-

cation qu'on va en faire aux locomotives pour permettre de changer la force avec la vitesse, et d'obtenir de cette manière pour la grande vitesse l'économie qu'on a pour la petite vitesse; les bons résultats que promettent déjà les études très-sérieuses et les expériences que va faire le même ingénieur M. Conti sur des appareils qu'il fait construire exprès à Seraing (Belgique): tout cela m'a engagé à présenter à l'Académie les deux Mémoires ci-joints, l'un sur la façon d'appliquer le principe du coin aux roues d'angles, et l'autre sur quelques considérations concernant les règles à suivre, en général, dans sa construction. Formant la suite du Mémoire imprimé sur lequel l'Académie a entendu, dans sa séance du 19 décembre 1853, un Rapport verbal fait par M. Poncelet, je désire qu'ils soient également soumis au jugement de la savante compagnie. »

(Renvoi à l'examen d'une Commission composée de MM. Poncelet, Morin, Combes.)

M. **Vives** prie l'Académie de vouloir bien hâter le travail de la Commission à l'examen de laquelle ont été renvoyées les communications qu'il a faites en date des 5 juin 1854 et 5 février 1855 (1). Il en adresse en même temps l'indication suivante des points qu'il considère comme devant attirer plus spécialement l'attention des Commissaires :

« 1°. Sous une tension de 30 atmosphères, le nouveau moteur est dans de meilleures conditions que les machines à basse pression, sous le rapport des fuites et de la dislocation, parce que l'huile dans laquelle il est noyé fait un effort égal à celui de la vapeur qui tend à s'échapper par une issue quelconque et le neutralise.

» D'où économie de la chaleur et volume six fois moins grand que sous la tension de 5 atmosphères, puisque $5 : 30 :: (5^k,165 : 30^k,99$ pression par centimètre carré). Or, dans les deux cas, la course du piston étant la même dans le premier, l'aire de la base est 1, et dans le second elle est 6.

» *Observations.* Comme une quantité d'air déterminée est indispensable à la comburation du combustible, l'aire de la grille et l'aire de la surface de section transversale des carneaux ne peuvent pas diminuer. Il n'en est pas de même de la surface de chauffe. Car si à 128°,8, le mètre

(1) Le travail de M. Vivès, qui avait été d'abord considéré comme une des pièces destinées au concours pour le prix concernant les progrès de la navigation par la vapeur, a été depuis, sur sa demande, renvoyé à l'examen d'une Commission spéciale qui se compose de MM. Dupin, Duperrey et Bravais.

cube de vapeur pèse $1^k,368$ et qu'il faille 1 mètre carré de chauffe pour vaporiser l'eau nécessaire par heure, quand la température est $236°,20$ et que le mètre cube de vapeur pèse $12^k,862$, il en faut d'autant moins que la température est plus élevée et vaporise dans le même temps une plus grande quantité d'eau. Mais comme la vaporisation croît plus rapidement que les degrés de chaleur, c'est se tenir au-dessus du nécessaire, que de les supposer simplement en rapport inverse, comme

$$12^{\text{lou}k},862 : 1^{mq},0000 :: 1^{l},368 : 0^{mq},1035.$$

On a fait cette surface beaucoup plus grande et on a encore par cette voie beaucoup de marge pour la diminution de volume.

» Quant à l'huile, celle de lin n'entre en ébullition qu'à 316 degrés du thermomètre centigrade, et celle de térébenthine qu'à 293 degrés du même thermomètre. L'huile de pieds de bœuf s'évapore encore moins et peut être mélangée avec elles. Dans tous les cas on peut diminuer la surface de l'huile en contact avec la vapeur, en la réduisant à 1 centimètre carré et même à moins; ce que l'on a négligé de faire dans les dessins, parce que l'évaporation de toutes les huiles est peu de chose. Or de 316 degrés ou 293 degrés à $236°,2$, température de la vapeur, il y a de la marge.

» 2°. La température de $236°,2$ centigrade peut être diminuée *ad libitum* et avec elle la puissance de la machine. Il ne faut pour cela que pouvoir diminuer l'aire de la grille.

» 3°. Ce qui surtout doit être bien remarqué, comme base de tout le système, c'est le jeu de l'admission et de l'émission de la vapeur, au moyen d'un mécanisme, lequel, sans gripper quoique sous une pression de 31 kilogrammes par centimètre carré, fonctionne pourtant avec une régularité et une précision parfaite. Une partie de ce mécanisme trouve deux autres applications, d'abord pour le nettoyage du générateur de la vapeur et ensuite pour ouvrir une issue à la vapeur quand on veut arrêter la machine.

» La longueur du cylindre peut être réduite à trois fois et demie la course du piston, et si cette course est de 1 mètre pour une machine de 400 chevaux, les dimensions augmentent en largeur, et la hauteur totale peut être au-dessous de 5 mètres.

» 4°. Enfin, ce que l'on doit bien remarquer, c'est ce qui est relatif au propulseur et au mouvement qui lui est transmis; c'est un perfectionnement indépendant et bien distinct du nouveau système d'application de la vapeur, et ainsi ces deux perfectionnements doivent être jugés indépendamment l'un de l'autre.

» Quant à la pompe à eau, sans espace nuisible, au manomètre pour une pression de 30 atmosphères et aux explorateurs de l'huile et de la vapeur, ce sont des inventions que je me borne à mentionner.

(Renvoi à la Commission nommée, qui se compose de MM. Dupin, Duperrey, Bravais.)

M. Avenier de Lagrée soumet au jugement de l'Académie une nouvelle Note ayant pour titre : « Application usuelle de ce fait, qu'une quantité de chaleur employée à dilater un fluide aériforme, qu'elle abandonne ensuite, ce fluide étant emprisonné, ou à produire un volume de vapeur d'eau saturée qui est condensé par l'eau froide, ou évacué dans l'air, produit, dans le premier cas, un travail qui est environ double de celui qu'elle produit dans le second, dans les mêmes circonstances de détente. »

(Renvoi à la Commission précédemment nommée.)

CORRESPONDANCE.

M. Marth adresse ses remercîments à l'Académie qui, dans la séance publique du 8 janvier 1855, lui a décerné une des médailles de la fondation *Lalande* pour la découverte de la planète *Amphitrite*, découverte qu'il a faite le 1er mars 1854.

ASTRONOMIE. — *Éléments de la planète* Polymnie *et de la comète de janvier* 1855. (Lettres de M. Valz à *M. Elie de Beaumont*.)

« Marseille, 23 février 1855.

» Je viens me rappeler à votre bienveillant souvenir, et vous prier de vouloir bien présenter à l'Académie les éléments provisoires de *Polymnie* et de la comète actuelle. Je les avais d'abord communiqués, il y a trois semaines, à l'Observatoire impérial, mais j'ai depuis corrigé ceux de la comète, d'après mes nouvelles observations comprises jusqu'au 15 courant.

Époque pour Polymnie, 24,542 novembre 1854, T. M. de Marseille.

Anomalie moyenne	36° 40′
Longitude du périhélie	341° 12′
Longitude nœud ascendant	0° 51′
Angle de l'excentricité	18° 0′
Inclinaison	1° 47′
Demi-grand axe	2 9496
Mouvement moyen diurne	700″, 43

Passage au périhélie de la comète, 15,441 *décembre* 1854, *T. M. de Marseille.*

Longitude du périhélie	169° 32′
Longitude du ☊	237° 53′
Inclinaison	14° 26′
Distance périhélie	1.3792
Mouvement direct.	

Marseille, 28 février 1855.

» Ayant pu enfin me traîner ce matin à la lunette (1), j'ai eu assez de difficultés à faire encore quelques observations de la comète, à cause de sa grande faiblesse, contrarié même par la Lune et la proximité du crépuscule. Comme je crains qu'elle ne puisse plus se retrouver dans une quinzaine, après la Lune, j'ai cherché à corriger les éléments que je vous ai déjà envoyés, d'après cette observation qui sera apparemment la dernière ; et quoique les différences résultantes soient assez peu importantes, les nouveaux éléments seront cependant bien préférables pour essayer de trouver encore la comète après la disparition de la Lune, quoique avec peu d'espoir de la revoir. Les voici donc :

Passage au périhélie, 16,02 *décembre* 1854, *T. M. de Marseille.*

Distance périhélie	1.3571
Longitude périhélie	165° 22′
Longitude du ☊	238° 24′
Inclinaison	14° 2′
Mouvement direct.	

MATHÉMATIQUES. — *Sur la théorie de la transformation des fonctions abéliennes; par* M. Ch. Hermite. (Suite : §§ XIV et XV.)

» XIV. — Les résultats précédents, conduisent immédiatement aux relations entre les quotients quadruplement périodiques qui proviennent de la division de deux fonctions Θ, et ceux qui proviennent de la division de deux fonctions θ. Ces derniers, en regardant g, h, g' comme arbitraires, représenteront les fonctions périodiques les plus générales, auxquelles donnent naissance les intégrales ultra-elliptiques de première classe, lorsqu'on aura remplacé les arguments x et y par d'autres qui en dépendent linéairement d'une manière quelconque. On obtient ainsi la solution du problème de la

(1) M. Valz s'était blessé en tombant d'un siége élevé qu'il était obligé d'employer pour observer la comète.

transformation, tel que nous l'avons posé en commençant. Mais nous allons présenter la relation obtenue entre les fonctions Θ et θ, de différents modules, sous une forme analytique, mieux appropriée aux considérations qui nous restent à développer.

» Nous ferons, dans ce but, la substitution suivante :

$$x = \mathrm{x} + h\mathrm{z} + g\mathrm{u}, \quad y = \mathrm{y} + g'\mathrm{z} + h\mathrm{u},$$

et nous poserons

$$\zeta(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{u}, g, h, g') = \theta(\mathrm{x} + h\mathrm{z} + g\mathrm{u}, \mathrm{y} + g'\mathrm{z} + h\mathrm{u});$$

remplaçant ainsi la fonction θ aux deux arguments x et y, par la fonction ζ, qui dépendra de $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{u}$. Cela posé, soient

$$\mathfrak{X} = a_0\mathrm{x} + b_0\mathrm{y} + c_0\mathrm{z} + d_0\mathrm{u}, \quad \mathfrak{Y} = a_1\mathrm{x} + b_1\mathrm{y} + c_1\mathrm{z} + d_1\mathrm{u},$$
$$\mathfrak{Z} = a_2\mathrm{x} + b_2\mathrm{y} + c_2\mathrm{z} + d_2\mathrm{u}, \quad \mathfrak{U} = a_3\mathrm{x} + b_3\mathrm{y} + c_3\mathrm{z} + d_3\mathrm{u},$$

on trouvera aisément ces relations importantes :

$$z_0 + \mathrm{G}z_3 + \mathrm{H}z_2 = \mathfrak{X} + \mathrm{G}\mathfrak{U} + \mathrm{H}\mathfrak{Z},$$
$$z_1 + \mathrm{H}z_3 + \mathrm{G}'z_2 = \mathfrak{Y} + \mathrm{H}\mathfrak{U} + \mathrm{G}'\mathfrak{Z},$$
$$\begin{aligned} z_0 z_3 + z_1 z_2 + \Phi(z_3, z_2) = {} & a_3(\mathfrak{X} + \mathrm{H}\mathfrak{Z} + \mathrm{G}\mathfrak{U})(\mathrm{x} + h\mathrm{z} + g\mathrm{u}) \\ & + b_3(\mathfrak{X} + \mathrm{H}\mathfrak{Z} + \mathrm{G}\mathfrak{U})(\mathrm{y} + g'\mathrm{z} + h\mathrm{u}) \\ & + a_2(\mathfrak{Y} + \mathrm{G}'\mathfrak{Z} + \mathrm{H}\mathfrak{U})(\mathrm{x} + h\mathrm{z} + g\mathrm{u}) \\ & + b_2(\mathfrak{Y} + \mathrm{G}'\mathfrak{Z} + \mathrm{H}\mathfrak{U})(\mathrm{y} + g'\mathrm{z} + h\mathrm{u}). \end{aligned}$$

» Pour abréger l'écriture, représentons par χ cette expression de $z_0 z_3 + z_1 z_2 + \Phi(z_3, z_2)$, et convenons de mettre en indice à la fonction ζ les valeurs des nombres μ, ν, p, q, qui figurent dans la fonction θ dont elle dérive, nous aurons alors ce nouvel énoncé des théorèmes de transformation :

» *Les quatre fonctions représentées par*

$$e^{i\pi\chi}\,\zeta_{\mu_i \nu_i p_i q_i}(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}, \mathfrak{U}, \mathrm{G}, \mathrm{H}, \mathrm{G}'),$$

le nombre i pouvant recevoir les valeurs 0, 1, 2, 3, *s'expriment par des fonctions entières homogènes, et du degré k des quatre quantités analogues*

$$\zeta_{\mu_i \nu_i p_i q_i}(\mathrm{x}, \mathrm{y}, \mathrm{z}, \mathrm{u}, g, h, g').$$

Les modules g, h, g' dépendent de G, H, G' *par les équations* (14), § VII, *et*

les quatre nombres μ_i, ν_i, p_i, q_i *de* $\mathfrak{m}_i, \mathfrak{n}_i, \mathfrak{p}_i, \mathfrak{q}_i$ *par les relations*

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{m}_i \equiv \mu_i a_0 + \nu_i a_1 + p_i a_2 + q_i a_3 + a_0 a_3 + a_1 a_2, \\ \mathfrak{n}_i \equiv \mu_i b_0 + \nu_i b_1 + p_i b_2 + q_i b_3 + b_0 b_3 + b_1 b_2, \\ \mathfrak{p}_i \equiv \mu_i c_0 + \nu_i c_1 + p_i c_2 + q_i c_3 + c_0 c_3 + c_1 c_2, \\ \mathfrak{q}_i \equiv \mu_i d_0 + \nu_i d_1 + p_i d_2 + q_i d_3 + d_0 d_3 + d_1 d_2, \end{array}\right\} \pmod{2},$$

auxquelles il faut joindre les suivantes :

$$\left.\begin{array}{c} \mathfrak{m}_0 + \mathfrak{m}_1 + \mathfrak{m}_2 + \mathfrak{m}_3 \equiv 0, \quad \mathfrak{n}_0 + \mathfrak{n}_1 + \mathfrak{n}_2 + \mathfrak{n}_3 \equiv 0, \\ \mathfrak{p}_0 + \mathfrak{p}_1 + \mathfrak{p}_2 + \mathfrak{p}_3 \equiv 0, \quad \mathfrak{q}_0 + \mathfrak{q}_1 + \mathfrak{q}_2 + \mathfrak{q}_3 \equiv 0, \\ \mathfrak{s}_0 + \mathfrak{s}_1 + \mathfrak{s}_2 + \mathfrak{s}_3 \equiv 0, \end{array}\right\} \pmod{2},$$

et celles-ci, qui en sont, comme nous l'avons dit, la conséquence :

$$\left.\begin{array}{c} \mu_0 + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 \equiv 0, \quad \nu_0 + \nu_1 + \nu_2 + \nu_3 \equiv 0, \\ p_0 + p_1 + p_2 + p_3 \equiv 0, \quad q_0 + q_1 + q_2 + q_3 \equiv 0, \\ s_0 + s_1 + s_2 + s_3 \equiv 0, \end{array}\right\} \pmod{2}.$$

» XV. — En partant de ces résultats, je vais déterminer combien s'obtiennent de transformations distinctes lorsque le nombre impair k est supposé premier. Je me fonderai à cet effet sur cette proposition :

» Considérant la substitution :

$$(22) \qquad \left\{\begin{array}{l} \mathfrak{X} = \alpha_0 X + \alpha_1 Y + \alpha_2 Z + \alpha_3 U, \\ \mathfrak{Y} = \beta_0 X + \beta_1 Y + \beta_2 Z + \beta_3 U, \\ \mathfrak{Z} = \gamma_0 X + \gamma_1 Y + \gamma_2 Z + \gamma_3 U, \\ \mathfrak{U} = \delta_0 X + \delta_1 Y + \delta_2 Z + \delta_3 U, \end{array}\right.$$

dont les coefficients sont des nombres entiers assujettis aux conditions :

$$\begin{array}{l} \alpha_0 \delta_1 + \beta_0 \gamma_1 - \gamma_0 \beta_1 - \delta_0 \alpha_1 = 0, \\ \alpha_0 \delta_2 + \beta_0 \gamma_2 - \gamma_0 \beta_2 - \delta_0 \alpha_2 = 0, \\ \alpha_0 \delta_3 + \beta_0 \gamma_3 - \gamma_0 \beta_3 - \delta_0 \alpha_3 = 1, \\ \alpha_1 \delta_2 + \beta_1 \gamma_2 - \gamma_1 \beta_2 - \delta_1 \alpha_2 = 1, \\ \alpha_1 \delta_3 + \beta_1 \gamma_3 - \gamma_1 \beta_3 - \delta_1 \alpha_3 = 0, \\ \alpha_2 \delta_3 + \beta_2 \gamma_3 - \gamma_2 \beta_3 - \delta_2 \alpha_3 = 0, \end{array}$$

en la faisant suivre de l'une des quatre suivantes :

$$\text{I.}\quad\begin{cases} X = x, \\ Y = y, \\ Z = kz, \\ U = ku, \end{cases} \qquad \text{II.}\quad\begin{cases} X = x, \\ Y = ky, \\ Z = iy + z, \\ U = ku, \end{cases}$$

$$\text{III.}\quad\begin{cases} X = kx, \\ Y = ix + y, \\ Z = kz, \\ U = i'x - iz + u, \end{cases} \qquad \text{IV.}\quad\begin{cases} X = kx, \\ Y = ky, \\ Z = ix + i'y + z, \\ U = i''x + iy + u, \end{cases}$$

où i, i', i'' désignent des entiers positifs inférieurs à k, on pourra obtenir dans toute sa généralité la substitution :

$$\begin{aligned} \mathfrak{X} &= a_0 x + b_0 y + c_0 z + d_0 u, \\ \mathfrak{Y} &= a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 u, \\ \mathfrak{Z} &= a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 u, \\ \mathfrak{U} &= a_3 x + b_3 y + c_3 z + d_3 u, \end{aligned}$$

dont les coefficients sont assujettis aux relations fondamentales :

$$\begin{aligned} a_0 d_1 + b_0 c_1 - c_0 b_1 - d_0 a_1 &= 0, \\ a_0 d_2 + b_0 c_2 - c_0 b_2 - d_0 a_2 &= 0, \\ a_0 d_3 + b_0 c_3 - c_0 b_3 - d_0 a_3 &= k, \\ a_1 d_2 + b_1 c_2 - c_1 b_2 - d_1 a_2 &= k, \\ a_1 d_3 + b_1 c_3 - c_1 b_3 - d_1 a_3 &= 0, \\ a_2 d_3 + b_2 c_3 - c_2 b_3 - d_2 a_3 &= 0. \end{aligned}$$

Cette proposition renferme, comme on voit, la théorie arithmétique de la réduction des systèmes linéaires :

$$\begin{pmatrix} a_0 & b_0 & c_0 & d_0 \\ a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{pmatrix},$$

en se fondant sur la notion d'équivalence qui a été nommée, par Eisenstein, l'*équivalence à gauche des systèmes*. En prenant, au contraire, l'équivalence à droite des substitutions pour point de départ, on obtiendra les

substitutions ou systèmes réduits que j'ai donnés § II. On en conclut que toutes les transformations des fonctions abéliennes qui répondent à un nombre premier k, résultent des transformations particulières où l'on emploie les substitutions réduites I, II, III, IV, combinées avec les transformations où figurent les substitutions (22) au déterminant un. Or le nombre des substitutions réduites étant $1+k+k^2+k^3$, on obtient précisément autant de transformations distinctes, dans lesquelles les fonctions $\zeta(X, Y, Z, U)$ sont exprimées par des polynômes homogènes et de degré k, contenant quatre des fonctions $\zeta(x, y, z, u)$. Nous n'avons plus ainsi qu'à passer des fonctions $\zeta(X, Y, Z, U)$, aux fonctions $\zeta(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}, \mathfrak{U})$, les arguments $\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}, \mathfrak{U}$ étant liés aux arguments X, Y, Z, U par les équations (22). Or, en omettant les modules, pour abréger l'écriture, la dépendance de ces fonctions est exprimée par la relation :

$$e^{i\pi\chi}\zeta_{\mu,\nu,p,q}(\mathfrak{X}, \mathfrak{Y}, \mathfrak{Z}, \mathfrak{U}) = \text{const.}\,\zeta_{\mathfrak{m},\mathfrak{n},\mathfrak{p},\mathfrak{q}}(X, Y, Z, U),$$

dans laquelle

$$\left.\begin{aligned}
\mathfrak{m} &\equiv \mu\alpha_0 + \nu\alpha_1 + p\alpha_2 + q\alpha_3 + \alpha_0\alpha_3 + \alpha_1\alpha_2 \\
\mathfrak{n} &\equiv \mu\beta_0 + \nu\beta_1 + p\beta_2 + q\beta_3 + \beta_0\beta_3 + \beta_1\beta_2 \\
\mathfrak{p} &\equiv \mu\gamma_0 + \nu\gamma_1 + p\gamma_2 + q\gamma_3 + \gamma_0\gamma_3 + \gamma_1\gamma_2 \\
\mathfrak{q} &\equiv \mu\delta_0 + \nu\delta_1 + p\delta_2 + q\delta_3 + \delta_0\delta_3 + \delta_1\delta_2
\end{aligned}\right\} \pmod{2}.$$

Cela posé, si l'on a

$$\mathfrak{m} \equiv \mu, \quad \mathfrak{n} \equiv \nu, \quad \mathfrak{p} \equiv p, \quad \mathfrak{q} \equiv q \pmod{2},$$

la fonction ζ se trouvant changée en elle-même, la combinaison de cette transformation avec celles qui correspondent aux substitutions réduites ne donnera point de formules nouvelles. Mais si les nombres $\mathfrak{m}, \mathfrak{n}, \mathfrak{p}, \mathfrak{q}$ ne coïncident pas tous avec μ, ν, p, q, la combinaison de cette transformation aura évidemment pour effet de permuter les expressions des diverses fonctions ζ, dans les formules de transformation relatives aux substitutions réduites.

» On est amené par là à une considération entièrement semblable à celle qui a été présentée par Abel dans la théorie des fonctions elliptiques, et

qui a pour conséquence de multiplier par six le nombre total des transformations données pour la première fois par Jacobi. Seulement, il faut bien remarquer que les expressions rationnelles de la forme $y' = \frac{\alpha + \beta y}{\alpha' + \beta' y}$, considérées par Abel (*), conduisent à des relations irrationnelles, si l'on compare deux intégrales elliptiques prises l'une et l'autre à partir de la limite zéro.

» Dans la théorie de la transformation de fonctions abéliennes, le nombre de ces transformations distinctes dans lesquelles $k = 1$ est égal au nombre des substitutions différentes, représentées par les équations (22), lorsqu'on prend les coefficients suivant le module 2. Or, en ayant égard aux relations qui existent entre les coefficients, on trouve ce nombre égal à 720 ou au produit : 2.3.4.5.6 ; nous avons ainsi ce théorème :

» *Le nombre des transformations distinctes des fonctions abéliennes qui correspondent à un nombre premier* k, *est :* $720(1 + k + k^2 + k^3)$. »

PHYSIQUE. — *Note sur certaines propriétés physiques du bismuth cristallisé ou soumis à la compression ; par* **M. Ch. Matteucci** (1).

« Dans mes dernières recherches sur le magnétisme de rotation (*Cours spécial sur l'induction*, etc., pages 23 et 24), j'ai montré que la force développée par l'aimant tournant dans le bismuth cristallisé est variable suivant que les plans du clivage principal ou du plus grand éclat qui est perpendiculaire à l'axe principal de cristallisation, étaient suspendus verticalement ou horizontalement. Voulant comprendre la cause de cette différence, j'ai dû étudier la conductibilité électrique du bismuth suivant que le courant est transmis parallèlement ou perpendiculairement au clivage principal. On réussit à se procurer des tiges suffisamment longues de ce métal, ayant dans toute leur longueur ce clivage parallèle ou perpendiculaire à la longueur, en faisant refroidir très-lentement une couche de bismuth pur, haute de 20 à 25 millimètres, dans une large assiette de terre ; j'appellerai désormais tiges *équatoriales* les premières, et *axiales* les secondes, en se fondant sur la position d'équilibre que ces tiges prennent entre les pôles d'un électro-aimant et qui manifeste très-bien leur structure uniforme.

(*) Voyez les *OEuvres* d'Abel, tome Ier, page 379. Ce point de la théorie de la transformation sur lequel insiste l'illustre géomètre, est effectivement de la plus grande importance, par exemple dans la recherche des modules qui donnent lieu à une multiplication complexe.

(1) Cette Note est extraite d'nn Mémoire qui sera publié dans un journal dont le premier numéro doit paraître incessamment, et qui est rédigé par M. Piria et moi sous le titre : *Annali di Fisica et di Chimica*.

» J'ai procédé dans ces recherches en ayant recours à une des belles découvertes de M. Becquerel, qui est celle du galvanomètre différentiel, qu'on peut rendre aussi délicat et rigoureux qu'on veut dans ses indications. Je me bornerai ici à faire remarquer qu'avec mon galvanomètre différentiel, dont chaque fil faisait vingt tours autour du système astatique, je pouvais parfaitement distinguer 4 centimètres d'un fil de cuivre de 2^{mm},50 d'épaisseur ajoutés à un des circuits. Voici les nombres de deux expériences qui établissent et mesurent les différences du pouvoir conducteur du bismuth équatorial et de l'axial. En appelant 1 le pouvoir conducteur du bismuth axial, celui du cuivre est 56,40; dans la seconde expérience, ce nombre est 58,09. Avec le bismuth équatorial les nombres trouvés dans les deux expériences correspondantes ont été 48,90 et 48,91.

» Une manière très-simple pour constater cette différence de conductibilité consiste à mettre en série des tiges des deux bismuths et à obtenir les courants dérivés entre les mêmes intervalles des deux bismuths. La déviation de l'aiguille du galvanomètre différentiel dénote la même différence. Je n'ai plus qu'à ajouter que ces résultats ont été obtenus sur un très-grand nombre de tiges de bismuth, dont la structure uniforme était déterminée, soit par la fracture, soit en suspendant ces tiges entre les pôles d'un électro-aimant; elles étaient réduites aux mêmes dimensions, ce dont je m'assurais avec un comparateur de M. Froment qui donne distinctement un centième de millimètre. Je commençais par m'assurer que toutes les tiges axiales ou toutes les équatoriales étaient égales et se faisaient équilibre au galvanomètre différentiel; je me suis aussi toujours assuré que l'équilibre était rétabli lorsque les deux circuits étaient formés d'un nombre égal des deux espèces de tiges. La manière la plus sûre d'établir les communications est celle d'amalgamer les bases des tiges et de laisser une couche de mercure entre elles. Les tiges que j'ai employées avaient de 2 à 5 millimètres de côté.

» J'ai ensuite étudié si une différence semblable existait pour la conductibilité calorifique. A cet effet les tiges étaient couvertes d'une couche de cire et plongées par une extrémité dans du mercure chauffé à + 150 degrés centigrades. La différence de conductibilité est bientôt manifeste et dans le même sens que pour l'électricité. Voici la longueur des couches de cire fondue dans des expériences correspondantes : Bismuth équatorial 13,54; 14,64; 13,50; 14,20 : bismuth axial 12,20; 13,59; 12,45; 13,70.

» J'ai cherché si la compression développait, dans le bismuth des différences semblables de conductibilité, et si ces différences étaient conformes aux propriétés que ce métal acquiert par la même action mécanique et qu'il

manifeste en présence de l'aimant. J'ai, en effet, trouvé que la conductibilité pour l'électricité et pour la chaleur est plus grande, parallèlement à la direction dans laquelle le bismuth n'a été comprimé que normalement à cette direction.

» Je décrirai maintenant les résultats obtenus en étudiant la chaleur développée par le passage du courant dans le bismuth cristallisé, résultats qui s'accordent bien avec les différences trouvées. J'ai fait cette étude ou en employant la pince de M. Peltier, ou en faisant passer un courant dans la tige et en fermant ensuite le circuit à l'aide d'un bon galvanomètre et en excluant la pile. Le bismuth axial manifeste, dans tous les cas, un réchauffement ou un refroidissement beaucoup plus intense que celui qu'on obtient du bismuth équatorial. J'ai dû étudier minutieusement ce fait, afin de me mettre entièrement à l'abri de l'influence qu'il pouvait exercer dans la méthode du galvanomètre différentiel appliqué à la recherche de la différence de conductibilité.

» Lorsqu'on fait passer un courant du bismuth axial à l'équatorial, il y a abaissement de température dans l'union des deux tiges et échauffement si la direction du courant est opposée. Cela est d'accord, comme on le verra tout à l'heure, avec la relation qui existe entre le fait de Peltier et la direction du courant termo-électrique qui se développe en chauffant la soudure.

» Quant aux phénomènes termo-électriques du bismuth cristallisé, je dirai d'abord que j'ai vérifié complétement les expériences de MM. Svamberg et Franz. Avec deux tiges axiales, le courant termo-électrique est dirigé de la tige chauffée à l'autre dans le point de contact; avec les tiges équatoriales, ce courant a une direction opposée. En chauffant l'union d'une tige axiale et d'une tige équatoriale, on a un courant termo-électrique de la première à la seconde dans le point de contact. Pour rendre ces expériences faciles, j'ai pris deux cubes de bismuth cristallisé dont deux faces sont parallèles au clivage principal. Ces deux cubes sont tenus en contact, étant serrés entre deux tiges de cuivre qui marchent horizontalement à vis et communiquent au galvanomètre. Les contacts entre les tiges et les cubes sont maintenus à une température constante, et l'on élève la température de l'union des deux cubes en la touchant avec une tige de verre chauffée. Il n'y a plus qu'à faire faire à chaque cube des quarts de révolution pour obtenir le résultat précédent.

» J'ai réussi à développer des propriétés semblables par la compression du bismuth; il faut considérer, comme pour les phénomènes diamagnétiques et pour la conductibilité, la direction dans laquelle la compression

a eu lieu, semblable à celle des clivages qui existent dans le bismuth cristallisé.

» Ces résultats expliquent les courants thermo-électriques trouvés dans le temps par M. Sturgeon et par moi, en chauffant dans certains points les grandes masses de bismuth. On trouve toujours dans ces points des unions dans lesquelles les clivages se correspondent comme dans l'union du bismuth axial et de l'équatorial.

» J'ai été conduit, par ces recherches, à répéter et varier une expérience sur le bismuth fondu, que j'avais faite, il y a longtemps, avec M. de la Rive (1). Je me suis proposé de découvrir, comme je l'ai fait pour le mercure, s'il y a un courant thermo-électrique dans le bismuth fondu, en mettant en contact une couche de ce bismuth plus chauffée avec une autre moins chauffée. J'avais trouvé, comme M. Magnus l'a vérifié dernièrement, qu'il n'y a pas de courant thermo-électrique en opérant ainsi sur le mercure. L'expérience a été faite sur le bismuth fondu, comme je l'avais fait avec le mercure, en évitant la variation de température des extrémités du fil du galvanomètre, qui plongent dans le bismuth. On sépare, avec un écran d'argile, la couche de bismuth fondu, on la chauffe davantage d'un côté, et puis on laisse venir rapidement en contact le bismuth chauffé avec l'autre. Lorsque l'expérience est bien faite, il n'y a pas de courant thermo-électrique ainsi développé.

» Pour faire ressortir l'importance de ce résultat, j'ai recherché quelle était la variation de conductibilité qu'éprouvait le bismuth par la fusion. Dans cette expérience, dont les difficultés sont très-grandes, j'ai dû employer, au lieu du galvanomètre différentiel, deux voltamètres et un courant de dix piles de Grove. Les deux colonnes de bismuth, de 6 millimètres d'épaisseur, étaient longues à peu près de 1 mètre. L'une était contenue dans un tube de verre, chauffé au milieu du charbon jusqu'à maintenir le métal liquide ; l'autre colonne de bismuth, solide à la température, était formée de trois pièces bien réunies ensemble par une couche de mercure, qui, comme on l'a vu et comme M. Lenz l'avait déjà trouvé, conduit mieux que le bismuth. Dans deux expériences que je considère comme suffisamment exactes, la conductibilité du bismuth fondu a été trouvée un peu plus grande que celle du bismuth solide. Je ferai remarquer que la colonne de bismuth solide avait en grande partie la structure du bismuth axial.

» On peut conclure de ces expériences :

» 1°. Que le bismuth cristallisé est doué d'une différence de conducti-

(1) *Bibliothèque universelle*, t. XIII, p. 199.

bilité pour l'électricité et pour la chaleur qui dépend principalement de la direction du clivage plus facile de ce métal relativement à celle de la propagation de ces deux fluides.

» 2°. La compression développe dans le bismuth la même différence.

» 3°. Les différences de conductibilité qu'on trouve dans le bismuth cristallisé, ou que la compression y développe, ont une relation déterminée avec les positions d'équilibre que le bismuth prend entre les pôles d'un aimant.

» 4°. Une relation semblable existe aussi pour les propriétés thermo-électriques du bismuth cristallisé ou comprimé.

» 5°. Dans les métaux à l'état liquide, on ne parvient pas à obtenir des phénomènes thermo-électriques comme on les a dans ces métaux à l'état solide.

» Je n'entrerai pas pour le moment dans les vues théoriques et générales qui peuvent résulter de ces conséquences; lorsque j'aurai achevé des recherches, dont je m'occupe maintenant, sur les courants induits dans le bismuth cristallisé, et sur le temps employé dans ce développement, je demanderai à l'Académie la permission de lui faire une nouvelle communication. »

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la quantité de pluie tombée à la Havane du 15 juillet 1850 au 15 juillet 1851; par* M. André Poey.

« Les observations pluviométriques suivantes ont été faites dans mon observatoire météorologique, qui se trouve à $31^{m},463$ au-dessus de la mer. La distribution mensuelle du *nombre* des jours de pluie est la suivante :

Mois.	Jours de pluie.
Du 15 Juillet 1850	6
Août	11
Septembre	15
Octobre	20
Novembre	7
Décembre	7
Janvier 1851	9
Février	5
Mars	6
Avril	4
Mai	6
Juin	14
Jusqu'au 15 Juillet	4
Total	114

» On voit que le terme moyen des jours de pluie pour l'année comprise du 15 juillet 1850 au 15 juillet 1851 est de 9,6 par mois.

» Pour la distribution mensuelle de la *quantité* d'eau tombée à la Havane, nous trouvons les chiffres suivants :

Mois.	Quantité d'eau.
Du 15 Juillet 1850	115,3^{mm}
Août	151
Septembre	086,5
Octobre	428
Novembre	008
Décembre	078
Janvier 1851	010
Février	037
Mars	094
Avril	040
Mai	008
Juin	074
Jusqu'au 15 Juillet	057
Total	1186,8

» Si nous considérons la relation qui existe entre la distribution horaire des 112 jours de pluie qui eurent lieu pendant une année entière à la Havane, et la culmination du soleil, en séparant les pluies qui eurent lieu *avant midi*, celles qui tombèrent *après midi*, et celles qui tombèrent *avant et après midi*, nous trouvons le rapport suivant :

Mois.	Avant midi.	Après midi.	Avant et après midi.
Du 15 Juillet 1850	0	4	2
Août	2	6	3
Septembre	0	10	4
Octobre	2	12	5
Novembre	2	5	0
Décembre	2	5	1
Janvier 1851	0	7	2
Février	0	5	0
Mars	1	4	1
Avril	0	4	0
Mai	1	5	0
Juin	0	11	3
Jusqu'au 15 Juillet	0	4	0
Totaux	10	82	21

» On voit par ce tableau que le plus grand nombre de jours de pluie eut lieu après la culmination de soleil, et le plus petit nombre avant la culmination.

» Quant à la distribution mensuelle des pluies observées pendant la *nuit*, à partir de huit heures du soir, nous trouvons ce qui suit :

Mois.	Cas.
Du 15 Juillet 1850	0
Août	1
Septembre	2
Octobre	4
Novembre	4
Décembre	4
Janvier 1851	4
Février	4
Mars	4
Avril	3
Mai	0
Juin	4
Jusqu'au 15 Juillet	0
Total	34

» Dans les 34 cas de pluie qui eurent lieu pendant la nuit, il est à remarquer que le chiffre 4 se répète pendant les six mois compris d'octobre à mars, ainsi qu'en juin.

» Le chiffre de 1^{m},1868 d'eau que j'ai recueilli pendant une année entière est supérieur de 146,6 millimètres à celui qu'a obtenu M. Casaseca pour l'année 1854 (1). Quant au terme moyen des jours de pluie, nous sommes arrivés tous les deux, à très-peu de chose près, à 9 pour chaque mois. »

ZOOLOGIE. — *Sur les organes sexuels des huîtres;*
par **M. P. J. van Beneden.**

« Dans une communication faite à la séance du 19 février dernier, M. Lacaze-Duthiers paraît révoquer en doute l'opinion de M. Davaine sur la succession des périodes d'activité des organes mâles et femelles des huîtres, et

(1) *Comptes rendus*, tome XL, 12 février 1855, page 362.

ajoute : « S'il en était comme le dit M. Davaine, puisque toutes glandes » entrent de nouveau en activité après la ponte, on devrait, pendant l'hiver, » rencontrer des huîtres avec des spermatozoïdes sécrétés après la ponte, » et réservés pour la saison suivante ; c'est ce que M. Davaine n'indique » pas. »

» Dans le but de lever quelques doutes au sujet des organes sexuels des huîtres, après avoir fait l'embryogénie de ces Mollusques, je me suis procuré de ces bivalves pendant tout l'hiver dernier, depuis le mois d'octobre jusqu'à la fin de janvier, et le résultat de ces observations se rapporte trop directement au doute exprimé plus haut, pour ne pas le communiquer immédiatement.

» Pour prévenir les observations que l'on pourrait faire au sujet des huîtres qui ont servi à ces recherches, je ferai remarquer que je n'ai opéré que sur des individus pêchés en place dans la pleine mer, et qui appartiennent, par conséquent, à l'espèce dite *Ostrea hippopus*.

» Toutes les huîtres que j'ai examinées depuis le mois d'octobre portaient des spermatozoïdes, et depuis la fin de novembre je n'ai plus vu que des spermatozoïdes désagrégés. Jusqu'alors il y en avait encore de réunies comme au mois de juillet.

» Dans chaque envoi que je recevais successivement se trouvaient des huîtres de tout âge. A juger de l'épaisseur de la coquille et du nombre de couches qui la constituent, il y en avait depuis l'âge d'un ou deux ans jusqu'à l'âge de vingt ans au moins. Toutes étaient cependant semblables, sous le rapport des sexes, et montraient des spermatozoïdes développés au même degré.

» Voilà donc la lacune indiquée plus haut comblée, et la question de savoir s'il existe chez les huîtres une succession de périodes d'activité des organes sexuels, nous semble mise hors de doute.

» Les huîtres ne produisant des œufs qu'à l'âge de trois ou quatre ans, et les spermatozoïdes se montrant de si bonne heure sur elles, ces Mollusques sont véritablement mâles d'abord et ne deviennent femelles ou hermaphrodites que beaucoup plus tard.

» Enfin les spermatozoïdes qui se développent pendant une saison, semblent bien ne devoir entrer en fonction que la saison suivante.

» L'hermaphrodisme des huîtres, reconnu d'abord par M. Davaine, est donc un fait acquis, que les belles et intéressantes recherches de M. Lacaze-Duthiers sur les organes génitaux des Acéphales ont contribué à mettre hors de doute. »

ZOOLOGIE. — *Note sur l'origine marine des espèces du genre* DREISSENA, *mollusques lamellibranches de la famille des* DREISSÉNADÉES ; *par* M. MARCEL DE SERRES.

Après des considérations générales sur les animaux marins qui peuvent vivre dans l'eau douce, l'auteur décrit une nouvelle espèce de *Dreissène*, originaire de Guinée, qu'il appelle *Dreissena bassanensis*. Il cherche ensuite à établir par le raisonnement et par des faits que le *Dreissena polymorpha*, aujourd'hui si commun dans plusieurs rivières ou fleuves de la France, a dû être primitivement un animal marin.

M. LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL, en présentant, au nom de *M. de Caligny*, un exemplaire d'un nouveau volume des Mémoires militaires de Vauban (*voir* au *Bulletin bibliographique*), lit l'extrait suivant de la Lettre d'envoi :

« Ce volume, le septième de la collection que j'ai déjà présentée à l'Institut, renferme, comme le précédent, des extraits de la correspondance des Caligny avec Louvois et divers grands personnages sur les guerres de Louis XIV, notamment sur les campagnes du maréchal de Villars.

» En faisant des recherches pour la publication de ce volume, j'ai remarqué parmi les noms des camarades des ingénieurs Hue de Caligny ceux des deux savants académiciens qui ont bien voulu présenter cet ouvrage à l'Institut. Les noms de *Poncelet* et de *Flourens* se firent honorablement connaître dans les campagnes de mon grand-oncle le maréchal duc de Villars, et il y a peu d'états de service plus beaux que ceux du grand-oncle de M. Flourens, conservés au Ministère de la Guerre.

» Ce volume renferme des documents inédits sur l'organisation des travaux publics du temps de Louis XIV, le grand Mémoire de Vauban sur Furnes, signé de la main de l'auteur, un Mémoire sur les devoirs des ingénieurs en chef, et divers travaux des Caligny. »

M. LE SECRÉTAIRE PERPÉTUEL communique l'extrait d'une Lettre qui lui a été adressée de Padoue par *M. Zantedeschi*, en date du 20 février 1835, et dans laquelle le physicien italien discute la question de priorité en ce qui le concerne dans l'invention d'un *moniteur électrique des chemins de fer*.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Astronomie présente, par l'organe de son doyen **M. Mathieu**, la liste suivante de candidats pour la place vacante dans son sein par suite du décès de *M. Mauvais*.

Au premier rang. . . . . . M. Delaunay.
Au deuxième rang. . . . . M. Yvon Villarceau.
Au troisième rang . . . . . M. Goujon.
Au quatrième rang . . . . . M. Chacornac.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 6 heures trois quarts. É. D. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu, dans la séance du 26 février 1855, les ouvrages dont voici les titres :

Gazette hebdomadaire de Médecine et de Chirurgie; n° 8; 23 février 1855.

Gazette médicale de Paris; n° 8; 24 février 1855.

L'Abeille médicale; n° 6; 25 février 1855.

La Lumière. Revue de la photographie; 5e année; n° 8; 24 février 1855.

La Presse médicale de Paris; n° 8; 24 février 1855.

L'Athenæum français. Revue universelle de la Littérature, de la Science et des Beaux-Arts; 4e année; n° 8; 24 février 1855.

Le Moniteur des Comices; n° 12; 24 février 1855.

Le Moniteur des Hôpitaux; nos 22 à 24; 20, 22 et 24 février 1855.

L'Académie a reçu, dans la séance du 5 mars 1855, les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires des séances de l'Académie des Sciences; 1er semestre 1855; n° 9; in-4°.

Institut impérial de France. Discours prononcés dans la séance publique tenue par l'Académie française, pour la réception de M. Berryer, *le 22 février* 1855; in-4°.

Suite à la chimie de Berzélius. Traité de Chimie organique; par M. Charles Gerhardt; tome IV; 1re livraison. Paris, 1854; in-8°.

La Chimie nouvelle appuyée sur des découvertes importantes qui modifient profondément l'étude de l'électricité, du magnétisme, de la lumière, de l'analyse

et des affinités chimiques, etc.; par M. Louis Lucas. Paris, 1854; 1 vol. in-12.

Mémoires militaires de Vauban et des ingénieurs Hue de Caligny, précédés d'un Avant-propos par M. Favé; 2e partie. Paris, 1854; in-8°.

Thèse de Zoologie. Recherches sur la digestion des matières grasses, suivies de considérations générales sur la nature et les agents du travail digestif. Paris, 1855; broch. in-4°.

Études balnéologiques sur les thermes d'Ems; par M. le Dr L. Spengler; *traduit de l'allemand par* M. H. Kaula; broch. in-8°.

Ems, ses sources minérales et ses environs; par M. le Dr L. Spengler. Strasbourg, broch. in-8°.

Études consciencieuses sur la physique élémentaire des fluides subtils; par M. Armand Maizières; broch. in-8°.

Statistique comparée des aveugles et des sourds-muets en France; par M. Dufau; brochure lithographiée; in-4°. (Renvoyée au concours pour le prix de Statistique.)

Notice sur les travaux scientifiques de M. Yvon Villarceau. Paris, 1855; broch. in-4°.

Bulletin de l'Académie impériale de Médecine; tome XX; n° 10; 28 février 1855; in-8°.

Bulletin de la Société Géologique de France; 2e série; tome XII; feuilles 4 à 7; 20 novembre 1854-15 janvier 1855; in-8°.

Bulletin de la Société médicale des hôpitaux de Paris; 2e série; n° 13; in-8°.

Société impériale et centrale d'Agriculture. Bulletin des séances, compte rendu mensuel, rédigé par M. Payen, secrétaire perpétuel; 2e série; tome X; n° 2; in-8°.

Annales de l'Agriculture française, ou Recueil encyclopédique d'Agriculture, publié sous la direction de MM. Londet et L. Bouchard; 5e série; tome V; n° 4; 28 février 1855; in-8°.

Annales de la propagation de la foi. Mars 1855; in-8°.

Annales forestières et métallurgiques. Janvier 1855; in-8°.

Cosmos. Revue encyclopédique hebdomadaire des progrès des Sciences et de leurs applications aux arts et à l'industrie, fondée par M. B.-R. de Monfort, *rédigée par* M. l'abbé Moigno; 4e année; VIe volume; 9e livraison; in-8°.

Journal d'Agriculture pratique. Moniteur de la propriété et de l'agriculture, fondé en 1837 *par* M. le Dr Bixio; *publié sous la direction de* M. J.-A. Barral; 4e série; tome III; n° 5; 5 mars 1855; in-8°.

Journal de Chimie médicale, de Pharmacie, de Toxicologie, et Revue des nouvelles scientifiques nationales et étrangères; publié sous la direction de M. A. Chevallier; mars 1855; in-8°.

Journal de Mathématiques pures et appliquées, ou Recueil mensuel de Mémoires sur les diverses parties des Mathématiques; publié par M. JOSEPH LIOUVILLE; janvier 1855; in-4°.

Journal des Connaissances médicales pratiques et de Pharmacologie; n° 15; 28 février 1855; in-8°.

La Presse Littéraire. Écho de la Littérature, des Sciences et des Arts; 4e année; 2e série; 7e livraison; 5 mars 1855; in-8°.

L'Art médical. Journal de Médecine générale et de Médecine pratique; mars 1855; in-8°.

Magasin pittoresque; février 1854; in-8°.

Revue de Thérapeutique médico-chirurgicale; par M. A. MARTIN-LAUZER; n° 5; 1er mars 1855; in-8°.

Revue thérapeutique du Midi. Journal des sciences médicales pratiques, publié par M. le Dr LOUIS SAUREL; n° 4; 28 février 1855; in-8°.

Abhandlungen... *Mémoires de la classe des Sciences physiques et mathématiques de l'Académie royale de Bavière;* tome VII; 2e partie. Munich, 1854; in-8°.

Gelehrte... *Nouvelles scientifiques publiées par les membres de l'Académie royale de Bavière;* tome XXXIX. Munich, 1854; in-4°.

Pfalzgraf Rupert... *Le Comte Rupert, le Cavalier : biographie du* XVIIe *siècle. Opuscule présenté par* M. C. DE SPRUNER, *à la séance publique tenue par l'Académie des Sciences de Bavière, le 28 novembre 1854, à l'occasion de l'anniversaire de S. M. Maximilien II.* Munich, 1854; in-4°.

Pharmaceutical... *Journal pharmaceutique de Londres;* vol. XIV; n° 8; février 1855; in-8°.

Gazette des hôpitaux civils et militaires; nos 24 à 26; 27 février, 1er et 3 mars 1855.

Gazette hebdomadaire de Médecine et de Chirurgie; n° 9; 2 mars 1855.

Gazette médicale de Paris; n° 9; 3 mars 1855.

Journal des Novateurs; nos 1 à 6; 16, 30 décembre 1854; 13, 27 janvier, 10 et 24 février 1855.

L'Abeille médicale; n° 7; 5 mars 1855.

La Lumière. Revue de la Photographie; 5e année; n° 9; 3 mars 1855.

La Presse médicale; n° 9; 3 mars 1855.

L'Athenæum français. Revue universelle de la Littérature, de la Science et des Beaux-Arts; 4e année; n° 9; 3 mars 1855.

Le Moniteur des Comices; n° 13; 3 mars 1855.

Le Moniteur des Hôpitaux, nos 25 à 27; 27 février, 1er et 3 mars 1855.

Réforme agricole, scientifique, industrielle; n° 77; janvier 1855.